计算机研究与发展
Journal of Computer Research and Development
ISSN 1000-1239/CN 11-1777/TP
46(5): 823-831, 2009

基于 Vague 集的含洞不规则 Vague 区域关系

李　松[1]　　郝忠孝[1,2]
[1](哈尔滨理工大学计算机科学与技术学院　哈尔滨　150080)
[2](哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院　哈尔滨　150001)
(lisongbeifen@163.com)

Region Relations of the Irregular Vague Regions with Holes Based on Vague Sets

Li Song[1] and Hao Zhongxiao[1,2]
[1](*College of Computer Science and Technology*, *Harbin University of Science and Technology*, *Harbin* 150080)
[2](*College of Computer Science and Technology*, *Harbin Institute of Technology*, *Harbin* 150001)

Abstract　Representing spatial information of the vague regions and handling the vague region relations are of great significance in spatial database, geographical information systems and artificial intelligence, etc. In real world, the vague information about the vague regions with holes is abounded. Whether the fuzzy points belong to the vague region with holes and the degree of the membership are often uncertain. The existing research on the vague regions can not represent roundly the idiographic vague information of the given points in the vague regions with holes and can not represent the complex region relations of the irregular vague regions with holes. In order to tackle the problem, the region relations of the irregular vague regions with holes are discussed based on vague sets. The conceptions of the vague regions, the vague holes and the atomic-regions are given based on the vague sets; The irregular vague region with holes is divided into some atomic-regions and the spatial relations of the atomic-regions are studied systemically. Based on the spatial relations of the atomic-regions, the irregular vague region relations with holes could be presented. The result produced in this work can deal with the indeterminate membership information of the vague points in vague regions and the region relations of the irregular vague regions with holes.

Key words　Vague sets; Vague region; Vague hole; Vague region relation; region partition

摘　要　模糊区域的空间信息表示和区域关系处理在空间数据库、地理信息系统和人工智能等领域具有重要的意义.引入 Vague 集的概念和理论对含洞不规则 Vague 区域关系进行了系统的研究.基于 Vague 集给出了 Vague 区域、Vague 洞和原子域等概念;将含洞不规则 Vague 区域分成原子域,研究了原子域间的空间关系;联合原子域关系,给出了含洞不规则 Vague 区域关系.研究成果可较好地处理含洞不规则 Vague 区域内的模糊点不确定的隶属信息和复杂的含洞不规则 Vague 区域的空间关系的表示和分析等问题.

关键词　Vague 集; Vague 区域; Vague 洞;Vague 区域关系; 区域划分

中图法分类号　TP311.13

收稿日期:2007-05-21;**修回日期**:2008-10-31

基金项目:国家自然科学基金项目(60673136); 黑龙江省自然科学基金项目(F200601)

在实际应用中，对模糊区域的空间信息表示和区域关系处理都提出了较高的要求. 模糊区域按其复杂性可分为不含洞的较为规则的模糊区域和含洞的不规则区域. 其中，含洞的不规则模糊区域及其区域关系在实际应用中更为常见，对该领域的研究在现实中有重要的意义.

已有的研究工作主要集中在不含洞的规则的模糊区域间的定性空间关系方面. 对模糊区域空间关系的研究主要有基于逻辑的公理化拓扑理论和传统的数学拓扑两大类方法[1]. 文献[2]提出了一种“蛋-黄”模型来表示非确定区域；文献[3]利用宽边界来表示不确定区域. 但“蛋-黄"模型和宽边界都不能表示区域中的特定点信息，所研究的区域模型均是规则的不含洞的模糊区域. 文献[4]讨论了含洞的精确区域间的空间关系，但没有进一步对含有洞的模糊区域的空间关系进行研究. 文献[5]基于规则方格的有限元素集来定义模糊对象，建立起一个对 IR^2 的划分，此模型能直接用栅格数据格式表达. 文献[6]定义了 6 个精炼比率因子(RRF)来表示空间关系，利用 RRF 构成矩阵来表达模糊拓扑关系. 文献[7]提出了一种模糊栅格区域的层次拓扑关系模型，将分明栅格区域作为特例统一处理，能够根据谓词的多种真值实现模糊栅格区域在多个层次上的拓扑关系分析. 文献[6-7]的方法均无法处理模糊区域中模糊点的不确定信息，无法有效表达含洞模糊区域的空间关系. 文献[8]利用区间[0,1]内的隶属度来表示空间关系，给出了模糊对象类型的定义，研究了基于模糊对象类型的模糊集表示和操作方法. 文献[9]提出了一种基于 RCC 的描述模糊区域间关系的方法，给出了相关的重要性质和状态转移表，提出了不确定的空间信息由模糊集表示的方法. 但基于模糊集的方法[8-9]仅限于对较为规则的不含洞的模糊区域的研究，只能处理确定的隶属和非隶属信息，但对模糊点不确定的隶属信息无效.

现有的研究成果[2-9]不适合处理内部具有模糊洞的复杂区域及含洞不规则模糊区域间的空间关系. 为了弥补已有方法的不足，本文基于能处理大量不确定信息的 Vague 集[10]对含洞不规则模糊区域进行了系统研究，研究成果较适合处理其模糊点具有不确定的隶属信息的含洞不规则模糊区域间的空间关系等问题.

1 基本定义

定义 1[10]. 设论域 U 为一点集空间，u 表示 U 中的任一基本元素. U 中的一个 Vague 集 $\tilde{V}$ 是由一个真隶属函数 $t_v(u)$ 和一个假隶属函数 $f_v(u)$ 所定义. 其中，$t_v(u):U\rightarrow[0,1]$ 和 $f_v(u):U\rightarrow[0,1]$ 分别对应 u 隶属于 U 的真隶属函数和假隶属函数. $t_v(u)$ 为 u 的隶属度下界，$f_v(u)$ 为 u 的否定隶属度下界，并且对于 $\forall u\in U$，有 $t_v(u)+f_v(u)\leqslant 1$，则 u 基于 Vague 集的隶属度值即由[0,1]区间内的一个子区间 $[t_v(u),1-f_v(u)]$ 表示.

定义 2. 基于定义 1，相对于一点集的空间区域 U，本文将 $[t_v(u),1-f_v(u)]$ 称为 u 隶属于 U 的 Vague 值，记为 $V(u)$，u 称为 Vague 点. 由 $V(u)\neq[0,0]$ 的 Vague 点组成的区域称为 Vague 区域，记为 U_v. 本文将 Vague 区域 U_v 的 Vague 集表示为 $\oint_{U_v}[t_v(u_i),1-f_v(u_i)]/u_i$. 若 $t_v(u_i)<t_v(u_j)$ 且 $f_v(u_i)>f_v(u_j)$，则有 $V(u_i)<V(u_j)$；若 $t_v(u_i)=t_v(u_j)$ 且 $f_v(u_i)=f_v(u_j)$，则有 $V(u_i)=V(u_j)$，称 u_i 是 u_j 的等值 Vague 点.

定义 3. 对一 Vague 区域 U_v，$[t_v(u_i),1-f_v(u_i)]$ 为 u_i 隶属于 U_v 的 Vague 值. 由 $0\leqslant t_v(u_i)<1$，$0<1-f_v(u_i)\leqslant 1$ 的 Vague 点组成的区域称为 U_v 的 Vague 虚域，记为 V_a；由 $t_v(u_i)=1$，$1-f_v(u_i)=1$ 的 Vague 点组成的区域称为 U_v 的 Vague 实域，亦称为 U_v 的核，记为 V_k. 拓扑位置在核外的虚域称为核外虚域，记为 V_{ao}；在核内的虚域称为核内虚域，记为 V_{ac}.

定义 4. 设 Vague 点 u 的 Vague 值为 $[t_v(u),1-f_v(u)]$. 相对 Vague 区域 U_v，若 $1-f_v(u)>0$，则称 u 为域内点；若 $t_v(u)=0$ 且 $1-f_v(u)=0$，则称 u 为域外点，由域外点组成的区域称为域外区域. 根据域外区域相对于 U_v 的拓扑位置关系可将其分为内域外区域和外域外区域. 内域外区域亦称为 U_v 的空洞，记为 H；外域外区域记为 R_o. 为便于定性讨论，本文所研究的 U_v 的空洞均在核 V_k 内. 不失一般性，一个空洞 H 的边缘和核 V_k 间有一个核内虚域，称为空洞 H 的 Vague 环带，记为 H_{vl}. 本文将 H 和 H_{vl} 作为一个对象整体称为 U_v 的一个 Vague 洞，记为 H_v. 本文中，H_v 中的 Vague 点 u_i 的 $t_v(u_i)$ 值由洞向核递增，$f_v(u_i)$ 值由洞向核递减.

定义 5. 设 l 为 U_v 的边界，将 l 所围的 Vague 区域和 Vague 洞作为一个研究域，记为 S. 设 p_1，p_2 是 S 中的任意两点，$p=tp_1+(1-t)p_2$，其中 $0\leqslant t\leqslant 1$，若 $p\in S$，则称 S 为凸域，l 为凸边界，l 和 U_v 具有凸壳性. 否则，称 S 为非凸域，l 和 U_v 不具有凸壳性. 对 l 和 U_v 进行修正，使 S 成为凸域的过程称为

U_v 的区域凸壳化.

定义 6. 为便于描述,本文所研究的一个 Vague 区域 U_v 仅有一个连续的核 V_k,V_k 和 U_v 的空间关系是 V_k 在 U_v 内且不内切于 U_v,即 $NTPP(V_k,U_v)$;V_k 内可含多个 Vague 洞 H_v,H_v 和 V_k 的空间关系为 $NTPP(H_v,V_k)$. 若 U_v 的 V_k 内无洞,且其边界 l 具有凸壳性,则称 U_v 为无洞的规则 Vague 区域,记为 U_s. 本文中,U_s 中的 Vague 点 u 的 $t_v(u)$ 值由区域边缘向中心递增,$f_v(u)$ 值由区域边缘向中心递减;若 V_k 内含有 H_v,则称 U_v 为含洞不规则 Vague 区域,记为 U_h.

定义 7. 设一含洞的不规则 Vague 区域 U_h,核 V_k 内的 Vague 洞为 H_v. $V(u)=[t_v(u),1-f_v(u)]$ 是 V_k 和 H_v 内任一点 u 的 Vague 值,若 $V(u)\neq[1,1]$,则将 $V(u)\leftarrow[1,1]$,此过程称为 V_k 的加强化. 显然,经过加强化的核将不再含有 Vague 洞,称为强化核. 核经过强化后的 Vague 区域称为强化区域,记为 IR.

定义 8. 将含洞的不规则 Vague 区域 U_h 进行凸壳化而形成的洞称为凸壳化洞,记为 H_{vc},设 H_{vc} 的边界上点 u 的 Vague 值为 $[t_v(u),1-f_v(u)]$,则有 $t_v(u)=0$,$0<1-f_v(u)<1$,H_{vc} 新增的边界上点的 Vague 值参照 U_{h-} 上相对的原有边界上点的 Vague 值设定. H_{vc} 除去边界所剩的部分称为凸壳化空洞,凸壳化空洞内的 Vague 点的 Vague 值均为 $[0,0]$. U_h 经过凸壳化后形成的 Vague 区域称为含多洞的凸壳化 Vague 区域,记为 U_{ht}.

定义 9. 一个含洞的不规则 Vague 区域 U_h 的核 V_k 内的 Vague 洞 H_v 的集合称为 Vague 洞族;凸壳化洞 H_{vc} 的集合称为凸壳化洞族.

定义 10. 设 Vague 区域 U_{vA} 和 U_{vB} 的 Vague 集 $\tilde{A}$ 和 $\tilde{B}$ 的交集为 $\tilde{A}\cap\tilde{B}$,则

$$\tilde{A}\cap\tilde{B}=\oint_{U_vA}[t_{vA}(u_i),1-f_{vA}(u_i)]/u_i\cap\oint_{U_vB}[t_{vB}(u_j),1-f_{vB}(u_j)]/u_j=\oint_{U_v(A\cap B)}[t_{vA}(u_w)\wedge t_{vB}(u_w),(1-f_{vA}(u_w))\wedge(1-f_{vB}(u_w))]/u_w=\oint_{U_v(A\cap B)}[t_{v(A\cap B)}(u_w),1-f_{v(A\cap B)}(u_w)]/u_w,$$

$\wedge$ 表示取"最小值"运算.

定义 11. 本文中,设 $\tilde{V}$ 是一个 Vague 集,$\forall([t_v(u_i),1-f_v(u_i)]/u_i\in\tilde{V}$,若 $t_v(u_i)=0$ 且 $1-f_v(u_i)=0$,则称 $\tilde{V}$ 为 Vague 零集,记为 $\tilde{O}$;若 $\tilde{V}$ 中不含任何信息,则称 $\tilde{V}$ 为 Vague 空集,记为 $\varnothing$;$\forall([t_v(u_i),1-f_v(u_i)]/u_i)\tilde{V}$,若 $t_v(u_i)=0$ 且 $1-f_v(u_i)\neq0$,则 $\tilde{V}$ 称之为 $\tilde{O}^+$ 集;若 $0<t_v(u_i)<1$ 且 $0<1-f_v(u_i)<1$,则 $\tilde{V}$ 称之为 $\tilde{N}$ 集;若 $0<t_v(u_i)<1$ 且 $1-f_v(u_i)=1$,则 $\tilde{V}$ 称之为 $\tilde{I}^-$ 集;若 $t_v(u_i)=1$ 且 $1-f_v(u_i)=1$,则 $\tilde{V}$ 称之为 $\tilde{I}$ 集.

定义 12. 含洞的不规则 Vague 区域 U_h 中的 Vague 洞 H_v、凸壳化洞 H_{vc} 和强化区域 IR 统称为 U_h 对应的原子域;两个 U_h 中的原子域间的空间关系称为原子域关系. 具有某个空间关系的两个原子域称为在该空间关系下的原子域对.

2　含洞的不规则 Vague 区域关系

要描述两个含洞的不规则 Vague 区域(U_h)的空间关系,先将两个 U_h 进行凸壳化得到两个 U_{ht},再分别处理两个 U_{ht} 中的 Vague 洞(H_v)、凸壳化洞(H_{vc})和强化区域(IR)的原子域关系,由得到的原子域关系即可联合描述 U_h 间的空间关系. 对无洞的规则 Vague 区域(U_s)间的关系描述可适用于对 IR 间的关系的描述,故本节首先给出 U_s 间的空间关系,以此为基础系统描述 U_h 的空间关系.

2.1　无洞的规则 Vague 区域关系

定义 13. 设一无洞的规则 Vague 区域 U_s,相对于 U_s,数据点集中的点 u 的 Vague 值为 $V(u)=[t_v(u),1-f_v(u)]$. 由 $t_v(u_i)=0$ 且 $1-f_v(u_i)\neq0$ 的所有 Vague 点组成的区域称为 U_s 的外缘域,记为 OV 域,OV 域对应的 Vague 集称为 OV 集;由 $0<t_v(u_i)<1$ 且 $0<1-f_v(u_i)<1$ 的所有 Vague 点组成的区域称为 U_s 的 N 域,N 域对应的 Vague 集称为 NV 集;由 $0<t_v(u_i)<1$ 且 $1-f_v(u_i)=1$ 的所有 Vague 点组成的区域称为 U_s 的内缘域,记为 E 域,E 域对应的 Vague 集称为 EV 集;由 $t_v(u_i)=1$ 且 $1-f_v(u_i)=1$ 的所有 Vague 点组成的区域称为 $\bar{I}$ 域,$\bar{I}$ 域对应的 Vague 集称为 IV 集;$\bar{I}$ 域、E 域、N 域和 OV 域构成 U_s 的一个划分.

通常,$\bar{I}$ 域、E 域、N 域和 OV 域称为 U_s 的子区域. 设 $U_1^{\tilde{\theta}}$,$U_2^{\tilde{\theta}}$ 分别为无洞的规则 Vague 区域 U_{s1} 和 U_{s2} 的 OV 域对应的 OV 集,$U_1^{\tilde{\delta}}$,$U_2^{\tilde{\delta}}$ 分别为 U_{s1},U_{s2} 的 $\bar{I}$ 域对应的 IV 集,$U_1^{\tilde{\delta}^-}$,$U_2^{\tilde{\delta}}$ 分别为 U_{s1},U_{s2} 的 E

域的 EV 集；$U_1^{\tilde{\theta}\delta}$，$U_2^{\tilde{\theta}\delta}$ 分别为 U_{s1}，U_{s2} 的 N 域的 NV 集. 则可用矩阵 $\boldsymbol{T}_1$ 来表示 U_{s1}，U_{s2} 区域的空间关系，$\boldsymbol{T}_1$ 定义如下：

$$\boldsymbol{T}_1=\begin{pmatrix} U_1^{\tilde{\delta}}\cap U_2^{\tilde{\delta}} & U_1^{\tilde{\delta}}\cap U_2^{\tilde{\delta}^-} & U_1^{\tilde{\delta}}\cap U_2^{\tilde{\theta}\delta} & U_1^{\tilde{\delta}}\cap U_2^{\tilde{\theta}} \\ U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap U_2^{\tilde{\delta}} & U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap U_2^{\tilde{\delta}^-} & U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap U_2^{\tilde{\theta}\delta} & U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap U_2^{\tilde{\theta}} \\ U_1^{\tilde{\theta}\delta}\cap U_2^{\tilde{\delta}} & U_1^{\tilde{\theta}\delta}\cap U_2^{\tilde{\delta}^-} & U_1^{\tilde{\theta}\delta}\cap U_2^{\tilde{\theta}\delta} & U_1^{\tilde{\theta}\delta}\cap U_2^{\tilde{\theta}} \\ U_1^{\tilde{\theta}}\cap U_2^{\tilde{\delta}} & U_1^{\tilde{\theta}}\cap U_2^{\tilde{\delta}^-} & U_1^{\tilde{\theta}}\cap U_2^{\tilde{\theta}\delta} & U_1^{\tilde{\theta}}\cap U_2^{\tilde{\theta}} \end{pmatrix},$$

简记为

$$\begin{pmatrix} R_1 & R_5 & R_9 & R_{13} \\ R_2 & R_6 & R_{10} & R_{14} \\ R_3 & R_7 & R_{11} & R_{15} \\ R_4 & R_8 & R_{12} & R_{16} \end{pmatrix}.$$

$\boldsymbol{T}_1$ 中的各项 R_1，R_2，R_3，…，R_{16} 可分别表示两个无洞的规则 Vague 区域的子区域关系. 若某项为空值，则表明该项相对应的两个子区域不相交；若该项非空，则表明相对应的两个子区域有公共点.

根据 $\boldsymbol{T}_1$ 中各项的取值情况可进一步表达无洞的规则 Vague 区域 U_{s1} 和 U_{s2} 的空间关系. 文献[2]中的模糊区域(egg)的内部子区域边界扩展为 E 域，外部子区域边界扩展为 OV 域，则文献[2]中的 46 种经典区域关系模型图由表 1 基于 Vague 集进行了全新表示，Vague 集中的隶属度函数可由根据 Vague 区域的特点而选定的函数来表示. 表 1 中每一行都表示一个特定的区域关系，行号表示对应的区域关系号，列表示子区域的交集. 各列交集的每一项的值都和所在的行表示的区域关系相对应. 各行区域关系是由该行对应的子区域交集值的组合表示的. 由各行子区域交集值的组合可得出相应的区域关系. 基于 Vague 集，表 1 进一步将 46 种经典关系扩展到 147 种关系，由表中的 R_6，R_8，R_{14} 和 R_{16} 列的可选项标注.

Table 1 Region Relations of the Regular Vague Regions Without Holes.

表 1 无洞的规则 Vague 区域关系表

RN	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}	R_{11}	R_{12}	R_{13}	R_{14}	R_{15}	R_{16}
1	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
2	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
3	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
4	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
5	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
6	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
7	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
8	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
9	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
10	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
11	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
12	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
13	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
14	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
15	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
16	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
17	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
18	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
19	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
20	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
21	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
22	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
23	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$
24	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
25	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
26	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$

Continued（续表）

RN	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}	R_{11}	R_{12}	R_{13}	R_{14}	R_{15}	R_{16}
27	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
28	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
29	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
30	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$
31	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
32	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
33	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
34	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
35	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
36	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
37	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
38	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
39	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$
40	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
41	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
42	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$
43	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$
44	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$
45	$\tilde{I}$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$
46	$\tilde{I}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$

2.2　Vague 洞区域关系

Vague 洞区域是含洞不规则 Vague 区域内所包含的一个特殊部分，其区域关系的描述和处理直接影响着含洞不规则 Vague 区域关系的表示和分析. 本节给出 Vague 洞区域划分的概念，利用 Vague 洞区域划分，给出了交集模型和具体的 Vague 区域关系表示.

定义 14. 设一 Vague 洞区域 H_v，由定义 4 可知，一个 H_v 由一个空洞 H 和一个核内 Vague 环带 H_{vl} 组成. 空洞 H 所对应的 Vague 集记为 O_h；H_v 中，由 $t_v(u_i)=0$ 且 $1-f_v(u_i)\neq 0$ 的所有 Vague 点组成的区域称为 H_v 的空洞边缘域，记为 H_{vo} 域，H_{vo} 域对应的 Vague 集称为 H_{vo} 集；由 $0<t_v(u_i)<1$ 且 $0<1-f_v(u_i)<1$ 的所有 Vague 点组成的区域称为 H_v 的 H_{vk} 域，H_{vk} 域对应的 Vague 集称为 H_{vk} 集；由 $0<t_v(u_i)<1$ 且 $1-f_v(u_i)=1$ 的所有 Vague 点组成的区域称为 H_v 的核内边缘域，记为 H_{vi} 域，H_{vi} 域对应的 Vague 集称为 H_{vi} 集. 空洞 H、H_{vo} 域、H_{vk} 域和 H_{vi} 域构成 H_v 的一个划分.

本文中，设 H_v 具有凸壳性，H_v 中的 Vague 点 u 的 $t_v(u)$ 值由 H_{vo} 向 H_{vi} 递增，$f_v(u)$ 值由 H_{vo} 向 H_{vi} 递减. 设 $H_1^{\tilde{o}}$，$H_2^{\tilde{o}}$ 分别为 Vague 洞 H_{v1} 和 H_{v2} 的空洞 H 对应的 O_h 集，$H_1^{\widetilde{vo}}$，$H_2^{\widetilde{vo}}$ 分别为 H_{v1}，H_{v2} 的 H_{vo} 域对应的 H_{vo} 集，$H_1^{\widetilde{vk}}$，$H_2^{\widetilde{vk}}$ 分别为 H_{v1}，H_{v2} 的 H_{vk} 域的 H_{vk} 集；$H_1^{\widetilde{vi}}$，$H_2^{\widetilde{vi}}$ 分别为 H_{v1}，H_{v2} 的 H_{vi} 域的 H_{vi} 集. 则可用矩阵 $\boldsymbol{T}_2$ 来表示 H_{v1}，H_{v2} 区域的空间关系，$\boldsymbol{T}_2$ 定义如下：

$$\boldsymbol{T}_2=\begin{pmatrix} H_1^{\tilde{o}}\cap H_2^{\tilde{o}} & H_1^{\tilde{o}}\cap H_2^{\widetilde{vo}} & H_1^{\tilde{o}}\cap H_2^{\widetilde{vk}} & H_1^{\tilde{o}}\cap H_2^{\widetilde{vi}} \\ H_1^{\widetilde{vo}}\cap H_2^{\tilde{o}} & H_1^{\widetilde{vo}}\cap H_2^{\widetilde{vo}} & H_1^{\widetilde{vo}}\cap H_2^{\widetilde{vk}} & H_1^{\widetilde{vo}}\,vH_2^{\widetilde{vi}} \\ H_1^{\widetilde{vk}}\,vH_2^{\tilde{o}} & H_1^{\widetilde{vk}}\,vH_2^{\widetilde{vo}} & H_1^{\widetilde{vk}}\cap H_2^{\widetilde{vk}} & H_1^{\widetilde{vk}}\cap H_2^{\widetilde{vi}} \\ H_1^{\widetilde{vi}}\cap H_2^{\tilde{o}} & H_1^{\widetilde{vi}}\cap H_2^{\widetilde{vo}} & H_1^{\widetilde{vi}}\cap H_2^{\widetilde{vk}} & H_1^{\widetilde{vi}}\cap H_2^{\widetilde{vi}} \end{pmatrix},$$

简记为

$$\begin{pmatrix} R_{h1} & R_{h5} & R_{h9} & R_{h13} \\ R_{h2} & R_{h6} & R_{h10} & R_{h14} \\ R_{h3} & R_{h7} & R_{h11} & R_{h15} \\ R_{h4} & R_{h8} & R_{h12} & R_{h16} \end{pmatrix}.$$

$\boldsymbol{T}_2$ 中的各项 R_{h1}，R_{h2}，R_{h3}，…，R_{h16} 可分别表示两个 Vague 洞区域的子区域关系. 和第 2.1 节类似，根据 $\boldsymbol{T}_2$ 中各项的取值情况可进一步表达两个 Vague 洞 H_{v1} 和 H_{v2} 的空间关系（如表 2 所示）. 同理，根据无洞的规则 Vague 区域 U_s 和 Vague 洞 H_v 的定义和划分，可得出 U_s 和 H_v 的区域关系矩阵 $\boldsymbol{T}_3$ 如下：

Table 2 Region Relations of the Vague Holes-Region.

表 2 Vague 洞区域关系

RN	R_{h1}	R_{h2}	R_{h3}	R_{4h}	R_{h5}	R_{h6}	R_{h7}	R_{h8}	R_{h9}	R_{h10}	R_{h11}	R_{h12}	R_{h13}	R_{h14}	R_{h15}	R_{h16}
1	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
2	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
3	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
4	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
5	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
6	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
7	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
8	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
9	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
10	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
11	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
12	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
13	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
14	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
15	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
16	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
17	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
18	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
19	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
20	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
21	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\tilde{O}^-$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
22	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
23	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$
24	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
25	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
26	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
27	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
28	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
29	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
30	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$
31	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
32	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{I}^-$
33	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
34	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
35	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
36	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
37	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
38	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
39	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$
40	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
41	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing/\tilde{I}^-$
42	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$
43	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$
44	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$
45	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$
46	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{N}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{I}^-$
r_{pv}	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{I}^-$	$\tilde{N}$	$\tilde{O}^+$
U_{hn}	U_{h1}	U_{h2}	U_{h3}	U_{h4}	U_{h5}	U_{h6}	U_{h7}	U_{h8}	U_{h9}	U_{h10}	U_{h11}	U_{h12}	U_{h13}	U_{h14}	U_{h15}	U_{h16}

$$\boldsymbol{T}_3=\begin{pmatrix} U_1^{\tilde{\delta}}\cap H_1^{\tilde{o}} & U_1^{\tilde{\delta}}\cap H_1^{\tilde{vo}} & U_1^{\tilde{\delta}}\cap H_1^{\tilde{vk}} & U_1^{\tilde{\delta}}\cap H_1^{\tilde{vi}} \\ U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap H_1^{\tilde{o}} & U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap H_1^{\tilde{vo}} & U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap H_1^{\tilde{vk}} & U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap H_1^{\tilde{vi}} \\ U_1^{\tilde{\delta}\tilde{\delta}}\cap H_1^{\tilde{o}} & U_1^{\tilde{\delta}\tilde{\delta}}\cap H_1^{\tilde{vo}} & U_1^{\tilde{\delta}\tilde{\delta}}\cap H_1^{\tilde{vk}} & U_1^{\tilde{\delta}\tilde{\delta}}\cap H_1^{\tilde{vi}} \\ U_1^{\tilde{\theta}}\cap H_1^{\tilde{o}} & U_1^{\tilde{\theta}}\cap H_1^{\tilde{vo}} & U_1^{\tilde{\theta}}\cap H_1^{\tilde{vk}} & U_1^{\tilde{\theta}}\cap H_1^{\tilde{vi}} \end{pmatrix},$$

简记为

$$\begin{pmatrix} U_{h1} & U_{h5} & U_{h9} & U_{h13} \\ U_{h2} & U_{h6} & U_{h10} & U_{h14} \\ U_{h3} & U_{h7} & U_{h11} & U_{h15} \\ U_{h4} & U_{h8} & U_{h12} & U_{h16} \end{pmatrix}.$$

和表 1、表 2 类似,由 $\boldsymbol{T}_3$ 可进一步得出 U_s 和 H_v 的区域关系. 分析 $\boldsymbol{T}_2$ 和 $\boldsymbol{T}_3$ 中各交集项,由于 $\boldsymbol{T}_2$ 和 $\boldsymbol{T}_3$ 中各项所对应的相交区域不同,其区域的 Vague 集相应的有所不同,根据定义 10,其交集值也有很大的差异. 如表 2 中 r_{pv} 和 U_{hn} 行所示,将表 2 中各列非空集的值换成各列所对应的 r_{pv} 行的值,表 2 即转变为 U_s 和 H_v 的区域关系表. 基于 Vague 集,从而可形式化的表示 U_s 和 H_v 的 46 种经典区域关系及拓展的关系.

2.3　凸壳化洞区域关系

定义 15. 设凸壳化洞 H_{vc} 的边界域记为 H_{vco},其对应的 Vague 集记为 H_{vco};凸壳化空洞记为 H_{vch},其对应的 Vague 集记为 H_{vch}. H_{vco} 和 H_{vch} 构成 H_{vc} 的一个划分. H_{vco} 和 H_{vch} 称为 H_{vc} 的子区域.

设 $H_{c1}^{\tilde{o}}$,$H_{c2}^{\tilde{o}}$ 分别为凸壳化洞 H_{vc1} 和 H_{vc2} 的凸壳化空洞 H_{vch} 对应的 H_{vch} 集,$H_{c1}^{\tilde{vo}}$,$H_{c2}^{\tilde{vo}}$ 分别为 H_{vc1} 和 H_{vc2} 的 H_{vco} 域对应的 H_{vco} 集. 则可用矩阵 $\boldsymbol{T}_4$ 来表示 H_{vc1}, H_{vc2} 区域的空间关系,$\boldsymbol{T}_4$ 定义如下:

$$\boldsymbol{T}_4=\begin{pmatrix} H_{c1}^{\tilde{o}}\cap H_{c2}^{\tilde{o}} & H_{c1}^{\tilde{o}}\cap H_{c2}^{\tilde{vo}} \\ H_{c1}^{\tilde{vo}}\cap H_{c2}^{\tilde{o}} & H_{c1}^{\tilde{vo}}\cap H_{c2}^{\tilde{vo}} \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} A & C \\ B & D \end{pmatrix}.$$

根据 $\boldsymbol{T}_4$ 中各项的取值情况可进一步表达两个凸壳化洞 H_{vc1} 和 H_{vc2} 可能的空间区域关系如图 1 的 H_{hc} 部分所示. H_{hc} 中的各项 A,B,C,D 分别表示两个凸壳化洞区域的子区域关系. 行号代表着区域关系号,各列表示凸壳化洞子区域对应的 Vague 集的交集值. 根据 $\boldsymbol{T}_4$ 即可得出各交集项的值,每行交集项的组合都对应有一个区域模型图.

		A'	B'	C'	D'	E'	F'	G'	H'
U_{hc}	1	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
	2	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
	3	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
	4	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$
	5	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
	6	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
	7	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
	8	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
	9	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing/\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$
	10	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$
	11	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$	$\varnothing$	$\varnothing$
Rh_{hvc}		A''	B''	C''	D''	E''	F''	G''	H''
r_{pv}		$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$	$\tilde{O}^+$

		A	B	C	D
H_{hc}	1	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
	2	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\tilde{O}^+$
	3	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\tilde{O}$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
	4	$\tilde{O}$	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing/\tilde{O}^+$
	5	$\tilde{O}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\tilde{O}^+$

Fig. 1　The relations between the convex hull-holes and the atomic-regions.

图 1　凸壳化洞与原子域关系

同理可得出无洞的规则 Vague 区域 U_s 和 H_{vc} 区域关系矩阵 $\boldsymbol{T}_5$，Vague 洞区域 H_v 和 H_{vc} 区域关系矩阵 $\boldsymbol{T}_6$. 基于 Vague 集所能表示的 U_s 和 H_{vc} 区域关系如图 1 的 U_{hc} 部分所示. 由 U_{hc} 部分可进一步得出 U_s 和 H_{vc} 的区域关系，如图 1 中 Rh_{hvc} 和 r_{pv} 行所示，将各列非空集的值换成各列所对应的 r_{pv} 行的值，图 1 的 U_{hc} 部分即转变为 U_s 和 H_{vc} 的区域关系表.

$$\boldsymbol{T}_5=\begin{pmatrix} U_1^{\tilde{\delta}}\cap H_{c1}^{\tilde{o}} & U_1^{\tilde{\delta}}\cap H_{c1}^{\tilde{vo}} \\ U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap H_{c1}^{\tilde{o}} & U_1^{\tilde{\delta}^-}\cap H_{c1}^{\tilde{vo}} \\ U_1^{\tilde{\theta}\tilde{\delta}}\cap H_{c1}^{\tilde{o}} & U_1^{\tilde{\theta}\tilde{\delta}}\cap H_{c1}^{\tilde{vo}} \\ U_1^{\tilde{\theta}}\cap H_{c1}^{\tilde{o}} & U_1^{\tilde{\theta}}\cap H_{c1}^{\tilde{vo}} \end{pmatrix},$$

简记为

$$\begin{pmatrix} A' & E' \\ B' & F' \\ C' & G' \\ D' & H' \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{T}_6=\begin{pmatrix} H_1^{\tilde{o}}\cap H_{c1}^{\tilde{o}} & H_1^{\tilde{o}}\cap H_{c1}^{\tilde{vo}} \\ H_1^{\tilde{vo}}\cap H_{c1}^{\tilde{o}} & H_1^{\tilde{vo}}\cap H_{c1}^{\tilde{vo}} \\ H_1^{\tilde{vk}}\cap H_{c1}^{\tilde{o}} & H_1^{\tilde{vk}}\cap H_{c1}^{\tilde{vo}} \\ H_1^{\tilde{vi}}\cap H_{c1}^{\tilde{o}} & H_1^{\tilde{vi}}\cap H_{c1}^{\tilde{vo}} \end{pmatrix},$$

简记为

$$\begin{pmatrix} A'' & E'' \\ B'' & F'' \\ C'' & G'' \\ D'' & H'' \end{pmatrix}.$$

2.4 含洞不规则 Vague 区域关系

利用第 2.1～2.3 节所得的区域关系，可基于 Vague 集描述含洞不规则 Vague 区域关系. 设两个含洞不规则 Vague 区域 U_{h1} 和 U_{h2} 的 Vague 洞族分别为 H_{v1}^* 和 H_{v2}^*，凸壳化洞族分别为 H_{vc1}^* 和 H_{vc2}^*，强化区域分别为 IR_1 和 IR_1. U_{h1} 和 U_{h2} 的关系矩阵如 T^* 所示. T^* 给出了 U_{h1} 和 U_{h2} 中的原子域间的 9 类关系，每一个原子域对所对应的原子关系是这 9 类关系进一步的细分：

$$T^*=\begin{bmatrix} H_{v1}^*\otimes H_{v2}^* & H_{v1}^*\otimes H_{vc2}^* & H_{v1}^*\otimes IR_2 \\ H_{vc1}^*\otimes H_{v2}^* & H_{vc1}^*\otimes H_{vc2}^* & H_{vc1}^*\otimes IR_2 \\ IR_1\otimes H_{v2}^* & IR_1\otimes H_{vc2}^* & IR_1\otimes IR_2 \end{bmatrix},$$

得出加权矩阵：

$$\begin{bmatrix} H_{v1}^*\otimes H_{v2}^* & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & H_{v1}^*\otimes H_{vc2}^* & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & H_{v1}^*\otimes IR_2 & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} \\ H_{vc1}^*\otimes H_{v2}^* & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & H_{vc1}^*\otimes H_{vc2}^* & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & H_{vc1}^*\otimes IR_2 & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} \\ IR_1\otimes H_{v2}^* & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & IR_1\otimes H_{vc2}^* & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & IR_1\otimes IR_2 & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} \end{bmatrix},$$

简记为

$$\begin{bmatrix} R_{uh1} & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & R_{uh4} & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & R_{uh7} & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} \\ R_{uh2} & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & R_{uh5} & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & R_{uh8} & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} \\ R_{uh3} & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & R_{uh6} & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} & R_{uh9} & \boxed{\frac{n}{\{R\}}} \end{bmatrix},$$

推出含洞不规则 Vague 区域关系特征表：

	n	R	R_n	R_r
…	⋮	…	…	…
R_{Uhi}	j	$mO_R * sO_{R'}$	$T_{f\text{-}TXTY\text{-}p}$	…
		…	…	…
…	⋮	…	…	…
…	⋮	…	…	…

由于区域相离关系形式较为简单，基于 Vague 集对区域相离关系进行描述的结果即为各关系表中的第 1 项所表示的空间关系. 故本节不考虑两个区域 U_{h1} 和 U_{h2} 中的各个区域的相离的情况. 根据 U_{h1} 和 U_{h2} 中具有非相离关系的关系数，本节给出了加权矩阵和基于各关系表由加权矩阵得出的含洞不规则 Vague 区域关系特征表. 加权矩阵进一步给出了同一类原子关系的关系数和具有非相离关系的原子域对集合. 例如，加权矩阵中，n 表示 U_{h1} 和 U_{h2} 中某类具有非相离关系的原子关系数，$\{R\}$ 表示相应的原子域对集. 含洞不规则 Vague 区域关系特征表给出了 U_{h1} 和 U_{h2} 中的各类非相离原子关系，其中，mO_R 表示 U_{h1} 相对应的某个原子域，$sO_{R'}$ 表示 U_{h2} 所对应的某个原子域；Rn 列中的项是原子关系在各关系表中对应的关系号，Rr 列中的项是由各关系表提取的基于 Vague 集的子区域关系交集序列组合. 若某类原子域间的关系均为相离关系，在特征表中则统一记为 LO. 两个区域 U_{h1} 和 U_{h2} 的每一种关系都能由一个含洞不规则 Vague 区域关系特征表进行表示，反之，由含洞不规则 Vague 区域关系特征表中的信息亦可确定 U_{h1} 和 U_{h2} 的 Vague 区域关系.

3 结束语

为了描述和分析其模糊点具有不确定隶属信息的含洞不规则 Vague 区域及其区域间的复杂的空间关系，本文引入 Vague 集的概念和理论对含洞不规则 Vague 区域关系进行了系统的研究. 采用由局部到整体的分析问题的方法，将含洞不规则 Vague 区域分成原子域，详细分析了无洞的规则的 Vague

区域关系模型、Vague 洞区域关系模型和凸壳化洞关系模型等基本模型及区域关系,利用原子域间的空间关系确定出含洞不规则 Vague 区域关系并给出了含洞不规则 Vague 区域关系特征表.从而,基于 Vague 集能形式化地分析和表示复杂的含洞的不规则 Vague 区域关系.

参　考　文　献

[1] Yu Qiangyuan, Liu Dayou, Xie Qi. A survey of analysis methods of topological relations between spatial regions [J]. Journal of Software, 2003, 14(4): 777-782 (in Chinese)
(虞强源,刘大有,谢琦. 空间区域拓扑关系分析方法综述[J]. 软件学报, 2003, 14(4): 777-782)

[2] Cohn A G, Gotts N M. The "egg-yolk" representation of regions with indeterminate boundaries [C] //Proc of GISDATA Specialist Meeting on Geographical Objects with Undetermined. London: Tavlor & Francis, 1996: 171-187

[3] Clementini E, Felice P D. Approximate topological relations [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1997, 16(2): 173-204

[4] Egenhofer M, Clementini E, Felice P D. Topological relations between regions with holes [J]. International Journal of Geographical Information Systems, 1994, 8(2): 129-144

[5] Schneider M. Design and implementation of finite resolution crisp and fuzzy spatial objects [J]. Data & Knowledge Engineering, 2003, 44(1): 81-108

[6] Schneider M. Vague Topological predicates for crisp regions through metric refinements [C] //Proc of the 11th Int Symp on Spatial Data Handling. Berlin: Springer, 2004: 149-162

[7] Yu Qiangyuan, Liu Dayou, Wang Shengsheng. A hierarchical topological relations model of fuzzy raster regions [J]. Journal of Computer Research and Development, 2005, 42(7): 1166-1172 (in Chinese)
(虞强源,刘大有,王生生. 模糊栅格区域的层次拓扑关系模型[J]. 计算机研究与发展, 2005, 42(7): 1166-1172)

[8] Dilo Arta, Rolf A d B, Alfred S. A proposal for spatial relations between vague objects [C] //Proc of the Int Symp on Spatial Data Quality. Hongkong: Hong Kong, Polytechnic University, 2005: 50-59

[9] Schockaert S, Cornelis C, Cock M De, et al. Fuzzy spatial relations between vague regions [C] //Proc of the 3rd IEEE Conf on Intelligent Systems. Berlin: Springer, 2006: 221-226

[10] Gau W L, Buehrer D J. Vague sets [J]. IEEE Trans on systems, Man and Cybernetics(Part B), 1993, 23(2): 610-614

Li Song, born in 1977. Ph. D. candidate in the College of Computer Science and Technology, Harbin University of Science and Technology, Harbin, China. His main research interests focus on the spatial and spatio-temporal database.

李　松,1977 年生,博士研究生,主要研究方向为空间和时空数据库理论及应用.

Hao Zhongxiao, born in 1940. Received his bachelor degree in the Department of Mathematics from Heilongjiang University in 1964. Now he is professor and Ph. D. supervisor in the Department of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology and Harbin University of Science and Technology. He has published more than 200 papers and 10 books on computer database, and has received 7 awards for his research. His research interests include relational database, null database, acyclic database, active database, spatial database and temporal database.

郝忠孝,1940 年生,教授,博士生导师,主要研究方向为空值环境下数据库理论、无环数据库、主动数据库、XML 数据库、时态数据库和空间数据库理论及应用等.

Research Background

Representing and handling the spatial information of the vague regions are now active research area within spatial database, artificial intelligence, computer vision and robotics. The research of the vague regions is significant and has important value in practical application. The existing research on the vague regions can not represent the idiographic information of the given points in the vague regions with holes. In order to tackle the problem, this paper give the conceptions of vague regions, vague holes and atomic-regions based on the vague sets. The irregular vague region with holes is divided into some atomic-regions and the spatial relations of the atomic-regions are studied systemically. Based on the spatial relations of the atomic-regions, the irregular vague region relations with holes are presented. This work is supported by the National Natural Science Foundation of China under grant No. 60673136 and the National Science Foundation of Heilongjiang Province of China under grant No. F200601.