

结构化稀疏线性判别分析

崔 振^{1,2,3} 山世光² 陈熙霖²

¹(华侨大学计算机科学与技术学院 福建厦门 361021)

²(中国科学院智能信息处理重点实验室(中国科学院计算技术研究所) 北京 100190)

³(中国科学院大学 北京 100049)

(zhen.cui@vip1.ict.ac.cn)

Structured Sparse Linear Discriminant Analysis

Cui Zhen^{1,2,3}, Shan Shiguang², and Chen Xilin²

¹(School of Computer Science and Technology, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021)

²(Key Laboratory of Intelligent Information Processing (Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences), Beijing 100190)

³(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

Abstract Linear discriminant analysis (LDA) is a very efficient image feature extraction technique in the supervised scenario. However, LDA often leads to over-fitting when using small scale training samples, and simultaneously might not show an intuitive explanation for the learnt projections from the view of human cognition. To handle these problems, especially for the discovery of those interpretability structures, a called structured sparse LDA (SSLDA) method is proposed by employing the linear regression model of LDA and the structured sparse $L_{2,1}$ mixed norm. Furthermore, to remove the correlations of the learnt linear transforms, the orthogonalized SSLDA (OSSLDA) is also proposed to learn more subtle textural structure information from face images. To solve both two proposed models: SSLDA and OSSLDA, we further introduce a simply and efficient half-quadratic optimization algorithm, which incorporates an auxiliary variable into the objective function and then alternately optimizes between the projecting variable and the auxiliary variable. To evaluate our proposed method, SSLDA and OSSLDA, we conduct extensive experiments on three public face datasets, AR, Extended Yale B and MultiPIE, for the face recognition task by comparing LDA and its several classical variants. The experimental results show the benefits of the proposed methods on both classification accuracy and interpretability.

Key words linear discriminant analysis (LDA); orthogonalization; face recognition; least squares; structured sparse

摘 要 在监督场景下线性判别分析(linear discriminant analysis, LDA)是一种非常有效的特征提取方法。然而, LDA 在小样本情况下通常会出现过拟合现象, 并且学习的投影变换难以给出人类认知上的解释。针对这些问题, 特别是可解释性结构的发现, 借助于 LDA 的线性回归模型和结构化稀疏 $L_{2,1}$ 范数,

收稿日期: 2013-03-01; 修回日期: 2013-08-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(61173065, 61202297, 61202299); 北京市自然科学基金重点项目(4111003)

通信作者: 山世光(sgshan@ict.ac.cn)

提出了结构化稀疏线性判别分析(structured sparse LDA, SSLDA)方法. 进一步, 为了去除线性变换间的相关性, 提出了正交化的 SSLDA(orthogonalized SSLDA, OSSLDA), 它能更加有效地学习到细致的结构信息. 为了求解这 2 个模型, 引入了一个半二次的优化算法, 它在投影变换和新引入的辅助变量之间采用交替优化的思想. 为了验证所提出的方法, 在 AR、扩展的 YaleB 和 MultiPIE 3 个人脸数据库上对比了 LDA 及其变种方法, 实验表明了所提出方法的有效性以及可解释性.

关键词 线性判别分析; 正交化; 人脸识别; 最小二乘; 结构化稀疏

中图法分类号 TP391.4

线性判别分析(linear discriminant analysis, LDA)是一种非常有效的特征提取和数据降维方法. 它通过最大化类间散度(between-class scatter)和最小化类内散度(within-class scatter), 把原始高维空间上的数据投影到一个新的、更利于分类的低维空间. 然而, 当原始数据维数较高或仅有较少的训练样本时, 它通常能完美地分类训练数据, 但在测试数据上有着较差的推广能力, 即出现过拟合(over-fitting)现象. 为了避免这种现象, 线性判别分析的一些变种相继出现^[1-4], 比如零空间法^[1]、边界 Fisher 分析方法(marginal Fisher analysis, MFA)^[2]和二维线性判别分析方法^[3]. 特别是近年来一些研究者通过加入正则项来限制模型的复杂度. 例如, Moghaddam 等人^[5]引入稀疏正则项来限制模型复杂度, 并采用穷举搜索的方法试图求出一个精确的最优解. 由于这种方法在优化时考虑到所有的可能组合, 所以具有较高的计算复杂度. Qiao 等人^[6]建立线性判别分析和广义特征值问题之间的联系, 进一步构建稀疏线性判别分析(sparse LDA, SLDA)模型来处理小样本上的过拟合现象. 理论上, 稀疏性约束能够捕获那些具有更强判别能力的特征. 对人脸图像来说, 稀疏线性判别分析通常选取少量的像素点, 同时赋予一定的权重. 上述 LDA 变种的另一个不足是: 所学习的变换矩阵难以给出符合人类认知机理的解释, 即所提取的各个维度的特征不具有明显的认知语义. 在现实中, 我们期望学习到的线性变换不但能够提取在计算上具有判别性的维度, 而且这些维度最好可以从高层认知语义上解释, 以协助理解哪些部件(或人脸区域)的哪些特性在人脸识别中起着重要作用. 反过来, 挖掘出的可解释性结构也可以用来指导或监督机器学习.

近年来, 一些结构化稀疏(structured sparse)的研究^[7-11]显示了挖掘结构先验能带来增益, 并且已应用于压缩感知(compressed sensing)^[7]、模式分

类^[8]、特征选择^[11]等等. 结构化稀疏通常采用 $L_{2,1}$ 范数来实现, 即组内使用 L_2 范数约束, 组间采用 L_1 范数约束. 例如 Jenatton 等人^[9]将结构化稀疏应用于提取人脸的主成分, 提出了结构化稀疏主成分分析(structured sparse principal component analysis, SSPCA). 结构化稀疏主成分分析不但能自动地捕获到具有结构化的投影变换, 而且能学习更具重构能力的主成分. 然而, SSPCA 的目标是学习重构能力, 但没有利用类标(label)信息, 因而不具有判别性.

为此, 本文提出了一种不仅能够缓解过拟合现象而且能够捕获人脸结构先验信息的线性判别分析方法, 即结构化稀疏线性判别分析(structured sparse LDA, SSLDA). 区别于先前的线性判别分析及其变种, SSLDA 不但能学习到更加鲁棒的判别投影, 而且这些投影在人脸认知上具有良好的可解释性, 即描述了人脸的特定结构信息. 具体地说, 受到最小二乘线性判别分析(least square LDA, LSLDA)^[12]的启发, 我们把瑞利熵(Rayleigh quotient)形式的 LDA 转换为一个回归模型, 并引入 $L_{2,1}$ 范数以构建 SSLDA. 通过预先建立一个完备的基元组(basis groups)集合, SSLDA 能自动地学习到一些低维的、具有良好可解释性的结构信息. 此外, 为了去除投影变换间的相关性, 我们进一步提出了正交化 SSLDA(orthogonalized SSLDA, OSSLDA). 针对 SSLDA 和 OSSLDA 的求解问题, 我们提出了一种简单有效的半二次(half-quadratic)优化算法. 在 3 个公开人脸数据库上的实验表明, 所学习的线性变换不仅缓和了过拟合现象, 还具有一定的解释性.

本文是我们的会议文献^[13]的扩展, 不同点主要体现在下述 3 方面的改进:

- 1) 在结构化稀疏 LDA 中, 进一步加入了正交约束以去除投影变换间的相关性, 即正交化 OSSLDA;
- 2) 针对 SSLDA 和 OSSLDA 模型的求解, 提出了更具一般性的半二次优化求解方法;
- 3) 增加了在 MultiPIE^[14]数据库上的实验.

1 结构化稀疏线性判别分析

本节首先简单介绍 Fisher 线性判别分析 (FLDA) 方法及其回归模型, 然后重点介绍本文提出的基于结构化稀疏范数和回归模型的结构化稀疏判别分析方法及其正交化。

1.1 Fisher 线性判别分析及其回归模型

线性判别分析^[15] 的主要思想是在最大化 Fisher 分离准则下, 寻找使得类间散度矩阵的行列式最大化和类内散度矩阵的行列式最小化的线性变换。通过这个线性变换, 原始的特征被投影到一个新的子空间。在这个子空间中, 同类样本变得更近, 不同类样本分离得更远。LDA 可形式化描述如下:

假设 $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d (i=1, 2, \dots, n)$ 是 d 维空间中的样本, $y_i \in \{1, 2, \dots, c\}$ 为对应样本 $\mathbf{x}_i$ 的类别标号, 其中 n 为样本的总数, c 为类别的总数, 则第 i 类样本的均值为向量 $\mathbf{m}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \in D_i} \mathbf{x}$, 其中 n_i 是第 i 类的样本数量, D_i 是第 i 类样本集。总体均值标记为 $\mathbf{m} = \frac{1}{n} \sum_{k=1, \dots, n} \mathbf{x}_k$ 。那么类内散度矩阵 $\mathbf{S}_w$ 和类间散度矩阵 $\mathbf{S}_b$ 为

$$\mathbf{S}_w = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^c \sum_{\mathbf{x} \in D_i} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T, \tag{1}$$

$$\mathbf{S}_b = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c n_i (\mathbf{m}_i - \mathbf{m})(\mathbf{m}_i - \mathbf{m})^T. \tag{2}$$

通常选取特征可分性最大的投影方向, 即求解 $\mathbf{V}$, 使得:

$$\max_{\mathbf{V}} \frac{|\mathbf{V}^T \mathbf{S}_b \mathbf{V}|}{|\mathbf{V}^T \mathbf{S}_w \mathbf{V}|}, \tag{3}$$

$\mathbf{V}$ 可以由广义特征值分解 $\mathbf{S}_b \mathbf{V} = \lambda \mathbf{S}_w \mathbf{V}$ 所获得的最大前 l 个正交基来表示。

上述 Fisher 线性判别分析具有瑞利熵的形式, 不利于正则项的引入。为此, 我们转化 LDA 到一个线性回归模型。Ye^[12] 从理论上证明了在温和 (mild) 条件下, 即 $rank(\mathbf{S}_t) = rank(\mathbf{S}_b) + rank(\mathbf{S}_w)$, 其中 $\mathbf{S}_t = \mathbf{S}_b + \mathbf{S}_w$ 是总散度矩阵, 式(3)等价于:

$$\min_{\mathbf{V}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \mathbf{V}\|_F^2, \tag{4}$$

其中, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n \times c}$ 定义如下:

$$Y(i, j) = \begin{cases} \sqrt{n/n_j} - \sqrt{n_j/n}, & y_i = j, \\ -\sqrt{n_j/n}, & \text{其他}, \end{cases} \tag{5}$$

其中, n_j 表示第 j 类样本数量。在大多数高维数据和

小样本数据的情况下, 这个温和条件是满足的。

1.2 结构化稀疏线性判别分析及正交化

为了学习判别线性变换, 通常在分组层次上采用 L_1/L_0 范数, 以便于稀疏地选取那些有判别能力的组, 而在分组内部使用 L_2 范数。具体地说, 假设向量 $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^d$, 预先定义的 K 个组为 $G = \{g_1, g_2, \dots, g_K\}$, 其中 $g_i \subseteq \{1, 2, \dots, d\}$ 。则结构化稀疏范数可以写为

$$\Psi(\mathbf{v}) = \sum_{g_i \in G} \|\mathbf{v}_{g_i}\|_2, \tag{6}$$

其中, $\mathbf{v}_{g_i}$ 表示 $\mathbf{v}$ 中分量索引不在 g_i 中的分量被赋予 0。在实际应用中, 组内的每个分量可能被赋予不同的权重, 则形成加权的结构化稀疏范数:

$$\Phi(\mathbf{v}) = \sum_{g_i \in G} \|\mathbf{w}_{g_i} \circ \mathbf{v}_{g_i}\|_2, \tag{7}$$

其中, 向量 $\mathbf{w}_{g_i}$ 中的每个分量表示 $\mathbf{v}_{g_i}$ 中相应分量的权重, 并且要求非负, “ $\circ$ ”表示 2 个向量中的对应分量相乘操作, 即 $\boldsymbol{\alpha} \circ \boldsymbol{\beta} = (\alpha_1 \beta_1, \alpha_2 \beta_2, \dots, \alpha_m \beta_m)^T$, 其中 m 是分量个数。

另外, 如何定义分组 G 是关键。一个直接的做法是枚举所有可能的分组情况, 然后执行稀疏选择。然而它面临“组合爆炸”这样一个问题, 因此是不切合实际的。我们的基本思路是: 定义一个过完备 (over-complete) 的基元组集合, 其他结构由它们衍生。基于文献[9], 我们以 2 维空间中一个 5×5 像素的图像为例。如图 1 所示, 最右边矩形的深色区域, 可以通过在其左边的基元组上施加并 (union) 操作和补 (complement) 操作而生成。其中, 图 1(a) 考虑了 0° 和 90° 方向上的基元组, 而图 1(b) 则考虑了 $+45^\circ$ 和 -45° 方向上的基元组, 其他 $+135^\circ$ 和 -135° 基元组也可以相应地创建。若需要, 可以采用更细的方向上的划分, 如 $+22.5^\circ$ 和 -22.5° 。

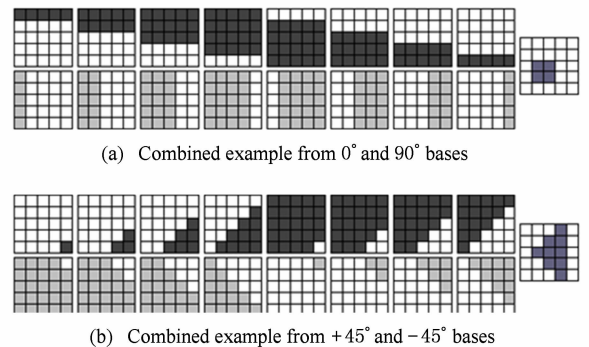


Fig. 1 An example of basis groups on an image with 5×5 pixels^[9].

图 1 基元组示例 (5×5 像素图像)^[9]

合并式(4)和式(7),则形成 SSLDA 的目标函数:

$$\min_{\mathbf{V}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \mathbf{V}\|_F^2 + \lambda \sum_{k=1}^c \Phi(\mathbf{V}^k), \tag{8}$$

其中, $\mathbf{V}^k$ 表示 $\mathbf{V}$ 的第 k 列. 第 1 项是 LDA 回归模型的损失函数, 第 2 项对所求的线性变换施加了结构化稀疏约束. 在本文中, 我们仅考虑包含 $0^\circ \sim 360^\circ$ 的间隔为 45° 的 8 个方向所构成的基元组, 图 1 给出了一个 5×5 像素图像的示例. 然而式(8)并没有考虑 $\mathbf{V}$ 中每一列之间的相关性. 针对这个问题, 我们对 $\mathbf{V}$ 增加了一个额外的正交约束:

$$\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}, \tag{9}$$

其中, $\mathbf{I}$ 是单位矩阵. 这样一个正交化约束使得学习的线性变换成为一个新空间的坐标轴, 并在新空间中所有投影分量间是不相关的. 我们把式(8)和式(9)合起来称之为正交的结构化稀疏线性判别分析 OSS LDA.

2 SSLDA 与 OSS LDA 的优化求解

针对 SSLDA 和 OSS LDA 模型, 我们提出一个半二次优化方法. 其基本思想是利用共轭对偶函数, 引入一个新的变量, 用交替求解变量的策略不断迭代以降低目标函数值. 形式上, 定义函数 $\phi(z) = \sqrt{\epsilon + z^2}$, 其中 $z \in \mathbb{R}$, ϵ 是一个无限趋向于 0 的正数. 不难验证, ϕ 满足半二次优化的 6 个条件^[16]: 1) $z \rightarrow \phi(z)$ 在实数域上是凸的; 2) $z \rightarrow \phi(\sqrt{z})$ 在正实数域上是凹的; 3) $\phi(z) = \phi(-z)$; 4) ϕ 是一阶连续可微的函数; 5) $\phi''(0^+) > 0$; 6) $\lim_{z \rightarrow \infty} \phi(z)/z^2 = 0$.

根据文献[16], 在 ϕ 满足上述 6 个条件的情况下, 存在共轭函数 $\psi(u) = \sup_z \left\{ -\frac{1}{2}uz^2 + \phi(z) \right\}$, 使得 $\phi(z) = \inf_u \left\{ \frac{1}{2}uz^2 + \psi(u) \right\}$, 其中 u 由对应于 ϕ 的最小化因子 $\delta(z) = \sqrt{\epsilon + 1/z^2}$ 决定. 式(8)可以转化交替求解下列目标函数的 $\mathbf{V}$ 和辅助变量 $\mathbf{P}$:

$$\min_{\mathbf{P}, \mathbf{V}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \mathbf{V}\|_F^2 + \lambda \sum_{k=1}^c \sum_{g_i \in G} \left(\frac{1}{2} p_{ki} \|\mathbf{w}_{g_i} \circ \mathbf{V}_{g_i}^k\|_2^2 + \psi(p_{ki}) \right), \tag{10}$$

其中, $\mathbf{P} = [p_{ij}] \in \mathbb{R}^{C \times K}$ 为引入的辅助矩阵变量(见上述变量 u), C 是基元组的个数. 因此 2 步迭代分别为:

1) 固定 $\mathbf{V}$, 更新 $\mathbf{P}$. 利用上述的最小化因子

得到:

$$p_{ki} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon + \|\mathbf{w}_{g_i} \circ \mathbf{V}_{g_i}^k\|_2^2}}. \tag{11}$$

2) 固定 $\mathbf{P}$, 更新 $\mathbf{V}$. 则式(11)成为

$$\min_{\mathbf{V}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \mathbf{V}\|_F^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{k=1}^c \sum_{g_i \in G} (p_{ki} \|\mathbf{w}_{g_i} \circ \mathbf{V}_{g_i}^k\|_2^2). \tag{12}$$

令 $\mathbf{M}^k = \sum_{g_i \in G} ((\mathbf{w}_{g_i} \circ \mathbf{w}_{g_i}) p_{ki})$, 更换上述式(12)

右边的正则项, 则得到:

$$\min_{\mathbf{V}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \mathbf{V}\|_F^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{k=1}^c ((\mathbf{V}^k)^T \Delta(\mathbf{M}^k) \mathbf{V}^k), \tag{13}$$

其中, Δ 表示对向量进行对角化的矩阵操作. 显然, 式(13)是关于变量 $\mathbf{V}$ 的凸二次函数. 依次对 $\mathbf{V}$ 的每一列求导, 则能获得解析解:

$$\mathbf{V}^k = (\mathbf{X}\mathbf{X}^T + \lambda \Delta(\mathbf{M}^k))^{-1} \mathbf{X}\mathbf{Y}^k. \tag{14}$$

由于式(8)是凸的, 因此在上面 2 步迭代下, $\mathbf{V}$ 收敛于最优解, 即 SSLDA 能求出最优解.

然而, 当涉及式(9)时, 即求解的 $\mathbf{V}$ 要保持列的正交性, 我们可以在每次更新 $\mathbf{V}$ 后对它的每一列施加 Gram-Schmidt 正交化, 但这样的策略通常会陷入局部最小值, 并且有相当高的复杂度(因为奇异值分解). 由于 $\{\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{d \times c} | \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}\}$ 嵌入在 Stiefel 流形(manifold)上, 因此我们仅需不断在这个流形上沿着测地线(geodesic)寻找梯度下降的点即可, 但这需要矩阵的指数运算或者求解偏微分方程(partial differential equation, PDE), 它们都有着相当高的复杂度. 为了快速有效地求解带有正交约束的式(13), 我们采用基于 Barzilai-Borwei(BB)步长曲线查询的方法^[17]. 具体地, 构建反对称矩阵 $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A} = \mathbf{G}\mathbf{V}^T - \mathbf{V}\mathbf{G}^T, \tag{15}$$

其中, $\mathbf{G}$ 为式(13)对 $\mathbf{V}$ 的梯度矩阵. 则下一个新的点 $\tilde{\mathbf{V}}$ 被定义为

$$\tilde{\mathbf{V}}(\tau) = \mathbf{V} - \frac{\tau}{2} \mathbf{A}(\mathbf{V} + \tilde{\mathbf{V}}(\tau)), \tag{16}$$

其中, $\tilde{\mathbf{V}}$ 具有封闭形式的解:

$$\tilde{\mathbf{V}}(\tau) = \left(\mathbf{I} + \frac{\tau}{2} \mathbf{A} \right)^{-1} \left(\mathbf{I} + \frac{\tau}{2} \mathbf{A} \right) \mathbf{V}, \tag{17}$$

其中, τ 采纳 BB 步长更新策略, 具体细节请参考文献[17].

不断地迭代上述 2 步, 直到满足终止条件, 整个流程见算法 1.

算法 1. SSLDA 与 OSS LDA 的半二次优化算法.

输入: $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \lambda$;

输出: $\mathbf{V}$.

1) 构建基元组(见 1.2 节);

2) 初始化 $\mathbf{P}, \mathbf{V}$;

3) 用式(11)更新 $\mathbf{P}$;

4) 如果是 SSLDA(即没有正交约束式(9)),用式(14)求解 $\mathbf{V}$;如果是 OSSLDA(即有正交约束式(9)),则采用 Barzilai-Borwei 步长查询的梯度下降方法求解 $\mathbf{V}$ (见第 2 节);

5) 如果步骤 4)满足一定的终止条件,则结束;否则,转步骤 3)。

算法的运行时间主要花费在优化变量 $\mathbf{V}$ (步骤 4))。对于 SSLDA,更新 $\mathbf{V}$ 的复杂度一般为 $O(cd^3)$ 。而对于 OSSLDA,假设每次更新 $\mathbf{V}$ 需迭代 m 次就能查找到合适的步长 p ,则复杂度近似 $O(md^3)$ 。假设整个算法需要迭代 t 次终止,则 SSLDA 和 OSSLDA 的算法复杂度分别为 $O(ctd^3)$ 和 $O(mtd^3)$ 。然而整个算法需要很少的迭代次数(在我们的实验中设置 $t=30$)就可以找到满意的解。另外,为了加速求解 OSSLDA,我们采用最小二乘解 $\mathbf{V}=(\mathbf{X}\mathbf{X}^T)^{-1}\mathbf{X}\mathbf{Y}$ 的正交化版本作为它的初始化解。

3 实验结果与分析

我们在 3 个标准的人脸数据库 AR^[18]、扩展的 YaleB^[19] 和 MultiPIE^[14] 上验证本文所提出的 SSLDA 和 OSSLDA 方法。人脸识别可以分为身份识别和身份确认问题^[20],我们主要处理身份识别问题。对 AR 数据库,我们选取 1 400 幅非遮挡的人脸图像,它们来自 100 个人,其中男性与女性分别为 50 人。扩展的 YaleB 数据库包含 38 个人,2414 张不同光照的正面人脸图像。对 MultiPIE 数据库,我们选取第 1 阶段和第 2 阶段(session)拍摄的具有光照 {6,7,8,9,16,17} 正面人脸图像进行跨时间段的人脸识别。我们归一化所有图像到大小为 40×32 的像素。

在实验中,我们采用最近邻(nearest neighbor)分类器,并对比一些经典的线性判别分析方法,包括正则化线性判别分析(regularized LDA, RLDA)、去相关线性判别分析(uncorrelated LDA(ULDA)^[21]、最小二乘线性判别分析(LSLDA)^[12] 和稀疏线性判别分析(SLDA)。具体地,RLDA 中 $\mathbf{S}_w$ 加入一个小的正则项(10^{-7})避免其奇异值为 0,然后通过广义特征值分解求解;ULDA 使用作者公布的源码;SLDA 使用与 SSLDA 同样的回归模型,只是用 L_1

范数代替 $L_{2,1}$ 范数。对于 SLDA,SSLDA 和 OSSLDA,我们在 {0.001,0.01,0.1,1,10,100} 范围内调试参数 λ ,并选取最好的参数 $\lambda=1$ 作为默认参数。线性变换的维数设置为类别数量减 1。

首先,验证 SSLDA 和 OSSLDA 学习的线性变化具有可解释性。图 2 给出了 SLDA,SSLDA 和 OSSLDA 在 AR 数据库上一些示例。为了更清楚地表示,设置参数 $\lambda=10$ 。灰黑色分别代表非 0 值,其中在投影变换中绝对值小于 10^{-3} 的值被设置为 0。从图 2 发现,SLDA 仅仅能表现出稀疏性,不能挖掘出空间上的任何结构模式,而 SSLDA 则更强调一些区域或边缘上的模式,例如眼睛、鼻子、嘴巴、轮廓等,但 OSSLDA 挖掘出更加细致的区域和边缘模式。这些模式也更符合我们对人脸结构信息的感知。

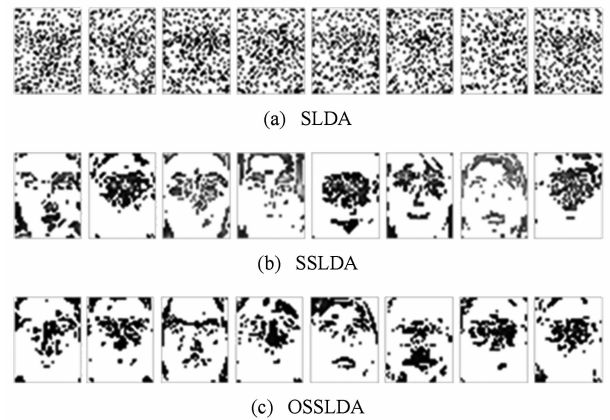


Fig. 2 The learned projections on AR database.
图 2 在 AR 数据库上学习的投影变换示例

其次,针对人脸识别任务,我们在 3 个数据库上广泛地验证本文的方法。首先,在 AR 数据库上,随机划分数据集为 2 部分:每个人选取 7 张图像作为训练集,其余的作为测试集。其次,在扩展的 YaleB 数据库上,每个人中分别随机选取 4 张和 8 张人脸图像作为训练集,其他图像用来测试。最后,在 MultiPIE 数据库上,第 1 阶段和第 2 阶段的人脸图像分别作为训练样本和测试样本。这 3 个数据库上的实验结果分别如图 3 至图 5 所示。从这些结果中我们可以发现:

1) 结构性信息有助于人脸识别。整体上,SSLDA 和 OSSLDA 获得了比 SLDA 更好的识别效果,这从侧面反映了结构性信息有助于分类人脸图像。此外,OSSLDA 与 SSLDA 性能上是可比的,但 OSSLDA 能捕获更细致的结构(如图 2 所示)。除此之外,OSSLDA 能方便地计算在新空间下的投影坐标。

2) 正则项的约束有助于缓解过拟合现象. 带有稀疏正则项的 SLDA, 以及结构化稀疏正则项的 SSLDA 和 OSSLDA 都一致优于 RLDA, 这可以归因于正则项约束降低了模型复杂度, 进而能在一定程度上缓解过拟合现象的发生.

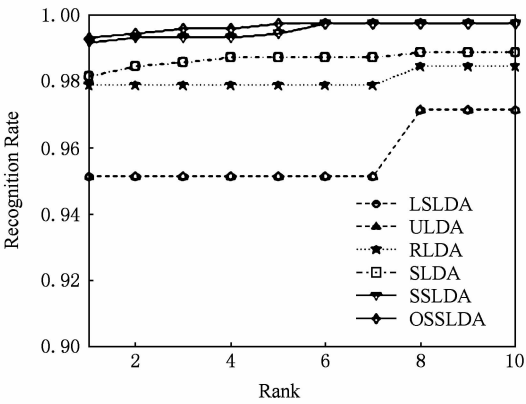
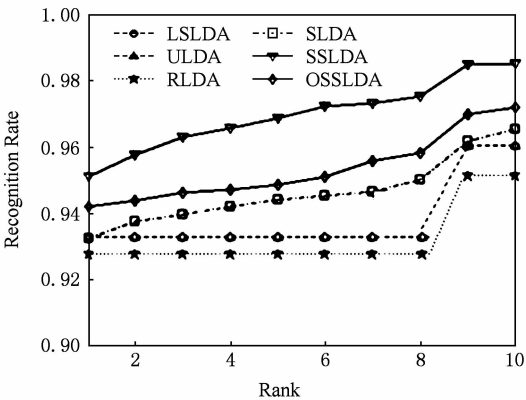
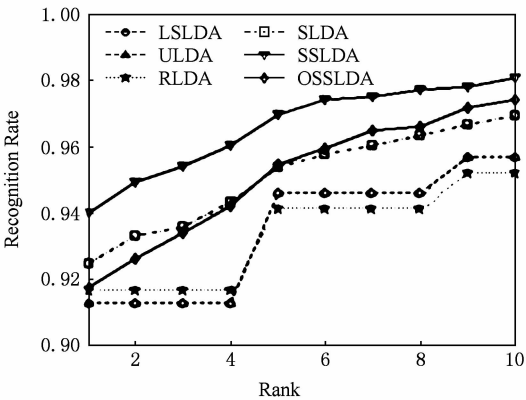


Fig. 3 Classification accuracy of variants of LDA on AR database.

图 3 在 AR 数据库上各种 LDA 变种方法的性能对比



(a) 4 images per subject for training



(b) 8 images per subject for training

Fig. 4 Classification accuracy of variants of LDA on extended YaleB database.

图 4 扩展的 YaleB 数据库上 LDA 方法的性能比较

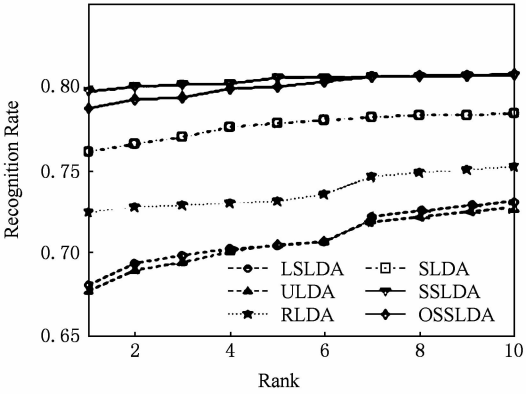


Fig. 5 Classification accuracy of variants of LDA on MultiPIE database.

图 5 MultiPIE 数据库上 LDA 方法的性能对比

4 结 论

本文从学习人脸的可解释性特征出发, 提出了结构化稀疏线性判别分析及其正交化的方法, 并给出了一种简单有效的半二次优化算法. 该方法不仅在小样本情况下的人脸识别任务中获得了与前人方法可比的识别性能, 更重要的是, 我们通过结构化稀疏正则项, 约束非零项的空间局部性, 从而使得提取的判别特征具有更明确的空间结构信息. 换句话说, 该方法所提取的每维特征都是从人脸的某些特定区域提取的, 因而在语义上具有更好的可解释性. 在将来的工作中, 我们将扩展结构化稀疏 LDA 到图模型中, 并应用于物体分类.

参 考 文 献

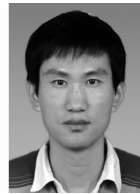
[1] Cevikalp H, Neamtu M, Wilkes M, et al. Discriminative common vectors for face recognition [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(1): 4-13

[2] Yan S, Xu D, Zhang B, et al. Graph embedding and extensions: A general framework for dimensionality reduction [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(1): 40-51

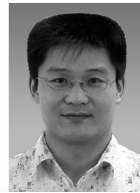
[3] Ye J, Janardan R, Li Q. Two-dimensional linear discriminant analysis [C] //Proc of the 18th Annual Conf on Neural Information Processing Systems. Piscataway, NJ: IEEE, 2004: 1569-1576

[4] Yuan Ning, Wu Xiaojun, Wang Shitong, et al. A face verification algorithm based on combination of modular 2DPCA and CSLDA [J]. Journal of Computer Research and Development, 2008, 45(6): 1029-1035 (in Chinese)

- (袁宁, 吴小俊, 王士同, 等. 一种模块化2DPCA和CSLDA相结合的人脸验证算法[J]. 计算机研究与发展, 2008, 45(6): 1029-1035)
- [5] Moghaddam B, Weiss Y, Avidan S. Generalized spectral bounds for sparse LDA [C] //Proc of the 23rd Int Conf on Machine Learning. New York: ACM, 2006: 641-648
- [6] Qiao Z, Zhou L, Huang J Z. Sparse linear discriminant analysis with applications to high dimensional low sample size data [J]. International Journal of Applied Mathematics, 2009, 39(1): 48-60
- [7] Baraniuk R G, Cevher V, Duarte M F, et al. Model-based compressive sensing [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2010, 56(4): 1982-2001
- [8] Huang J, Zhang T, Metaxas D. Learning with structured sparsity [J]. Journal of Machine Learning Research, 2011, 12: 3371-3412
- [9] Jenatton R, Obozinski G, Bach F. Structured sparse principal component analysis [C] //Proc of the 13th Int Conf on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS). Cambridge, MIT Press, 2010: 366-373
- [10] Sun Hong, Zhang Zhilin, Yu Lei. From sparsity to structured sparsity: Bayesian perspective [J]. Signal Processing, 2012, 28(6): 759-773 (in Chinese)
(孙洪, 张智林, 余磊. 从稀疏到结构化稀疏: 贝叶斯方法[J]. 信号处理, 2012, 28(6): 759-773)
- [11] He R, Tan T, Wang L, et al. $L_{2,1}$ regularized correntropy for robust feature selection [C] //Proc of the 25th IEEE Conf on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE, 2012: 2504-2511
- [12] Ye J. Least squares linear discriminant analysis [C] //Proc of the 24th Int Conf on Machine Learning. Piscataway, NJ: IEEE, 2007: 1087-1093
- [13] Cui Z, Shan S, Zhang H, et al. Structured sparse linear discriminant analysis [C] //Proc of the 19th Int Conf on Image Processing (ICIP). Piscataway, NJ: IEEE, 2012: 1161-1164
- [14] Gross R, Matthews I, Cohn J, et al. Multi-PIE [C] //Proc of the 8th Int Conf on Automatic Face and Gesture Recognition. Piscataway, NJ: IEEE, 2008: 807-813
- [15] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs fisherfaces: Recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 20(7): 711-720
- [16] Nikolova M, NG M K. Analysis of half-quadratic minimization methods for signal and image recovery [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2005, 27(3): 937-966
- [17] Wen W, Yin W. A feasible method for optimization with orthogonality constraints [J]. Mathematical Programming, 2013, 142(1/2): 397-434
- [18] Martinez A, Benavente R. The AR face database, 24 [R]. Columbus, Ohio, USA: Ohio State University, 1998
- [19] Lee K, Ho J, Kriegman D. Acquiring linear subspaces for face recognition under variable lighting [J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(5): 684-698
- [20] Cui Z, Li W, Xu D, et al. Fusing robust face region descriptors via multiple metric learning for face recognition in the wild [C] //Proc of the 26th IEEE Conf on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE, 2013
- [21] Ye J. Characterization of a family of algorithms for generalized discriminant analysis on undersampled problems [J]. Journal of Machine Learning Research, 2005, 6: 483-502



Cui Zhen, born in 1981. PhD, lecturer in the School of Computer Science and Technology, Huaqiao University. His research interests cover pattern recognition and computer vision, especially face recognition and image super resolution based on recently emerged theories, such as sparse coding, manifold learning, deep learning, etc.



Shan Shiguang, born in 1975. PhD, professor and PhD supervisor in the Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences. His research interests cover image analysis, pattern recognition, and computer vision, especially face recognition related research topics.



Chen Xilin. PhD, professor and PhD supervisor in the Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences. His research interests include image processing, pattern recognition, computer vision, and multimodal interface (xlchen@ict.ac.cn).