

频域二元纯相位编码压缩成像

张成¹ 张芬^{1,2} 沈川¹ 章权兵¹ 韦穗¹ 王岳¹

¹(计算智能与信号处理教育部重点实验室(安徽大学) 合肥 230039)

²(安徽省现代成像与显示技术重点实验室 合肥 230039)

(question1996@163.com)

Binary Pure Phase Encoding Compressive Imaging in Frequency Domain

Zhang Cheng¹, Zhang Fen^{1,2}, Shen Chuan¹, Zhang Quanbing¹, Wei Sui¹, and Wang Yue¹

¹(Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing (Anhui University), Ministry of Education, Hefei 230039)

²(Key Laboratory of Modern Imaging and Displaying Technology of Anhui Province, Hefei 230039)

Abstract Super resolution (SR) is considered as one of the “holy grails” of optical imaging and image processing. The introduction of compressive sensing theory presents a novel super-resolution reconstruction method from a single low-resolution image, which can avoid the requirements for the multiple sub-pixel images of traditional superresolution method. Analyzing the requirements of the similarities and differences between compressed sensing measurement matrices and optical imaging systems, a binary phase encoding compressive imaging method based on the 4-f optical architecture is presented, with the phase in the frequency domain randomly modulated, which can achieve super-resolution reconstruction from single low-resolution measurement images obtained with single exposure conditions, no other additional information collected. Binary phase mask is much easier to implement than random phase mask with uniform distribution, which is a more viable scheme for physical realization of compressive imaging. Simulation experiments demonstrate that the proposed method can effectively capture compressive measurements and implement super-resolution reconstruction in a single shot condition. Furthermore, another experiments show that this method is also more applicable to large-scale image reconstruction compared with random demodulation (RD) proposed by Romberg in the reconstruction time, and more practical in the sampling scheme than RecPC method proposed by Yin.

Key words compressive imaging; image super-resolution; random phase encoding; binary phase encoding; 4-f optical architecture

摘 要 超分辨率被认为是光学成像和图像处理的“圣杯”之一. 压缩感知理论的引入给出一种新的实现从单幅低分辨率图像的超分辨率重构方法, 避免了传统超分辨率方法需要多幅亚像素图像的弊端. 在分析压缩感知测量矩阵与光学成像系统之间对应约束异同的基础上, 提出一种基于 4-f 光学架构的频域二元相位编码压缩成像方法, 可以实现在单次曝光条件下获得的单幅低分辨率测量图像中实现超分辨率重建, 不需要其他任何额外的信息采集. 二元相位掩膜比均匀相位掩膜更容易物理实现, 是压缩成像物理实现的一种更加可行的方案. 模拟实验表明提出的方法可以有效地捕获图像的信息与高精度重建.

收稿日期: 2013-03-23; 修回日期: 2013-09-30

基金项目: NSFC-广东联合基金项目(U1201255); 国家自然科学基金项目(61201396, 61201227, 61301296, 61377006); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20113401130001); 安徽省自然科学基金项目(1208085QF114); 安徽大学博士科研启动经费项目(33190218); 安徽大学青年基金项目(KJQN1120)

通信作者: 韦穗(swei@ahu.edu.cn)

此外,对于大尺度图像重建,该方法在重建时间方面优于 Romberg 提出的随机解调方法,在更符合实际方面的采样策略方面优于 Yin 提出的 RecPC 方法.

关键词 压缩成像;图像超分辨率;随机相位编码;二元相位编码;4-f 光学架构

中图法分类号 TP391; TN911.7

压缩成像(compressive imaging, CI)是压缩感知理论(compressed sensing, CS)的一个重要应用领域,其核心思想是利用自然界中大多数场景图像在某些稀疏算符或冗余字典上是稀疏或可压缩的这唯一的先验信息,可以用比传统的 Nyquist 采样定理所需要的测量数目少得多的测量值捕获充分信息重建稀疏或可压缩图像.将压缩感知理论引入现有的成像系统中,可以提高现有的成像技术的性能,比如降低成像设备的制造成本,在现有成像设备精度的条件下实现更高分辨率的图像重建,降低外界噪声对成像质量的干扰,优化成像设备的其他参数(比如设备的尺寸等),以及从基本的原理上改变传统的成像方法等等.

最早的压缩成像研究是 Rice 大学研究研发的单像素摄像机(single-pixel camera)^[1-4],极大地鼓舞了压缩成像方法的研究,但是单像素摄像机最大的问题是一次只能捕获一个测量值,由此 Stern 等人提出单次曝光压缩成像(single exposure compressive imaging, SECI)^[5-7]可以在单次曝光条件下一性捕获所有的测量值,但是 Stern 等人的方法仅限于理论研究,并未探讨实际的物理可实现问题,本文的出发点就是研究物理可实现的压缩成像方法.

本文提出一种基于 4-f 光学架构的频域二元相位随机编码压缩成像方法,利用频域中相位信息比振幅信息更加重要的特点对频域中的相位进行随机编码,然后进行积分下采样获得低分辨率的测量值图像,最后采用恢复算法重构出原图像的信息,实现图像信息的恢复.该方法可以有效地实现大尺度图像的信息编码与高分辨率图像重建,在重建质量和重建速度方面都具有重要的优势,尤其是针对大尺度图像,相比均匀随机相位,二元随机相位更加易于实现.此外,相位编码具有接近 100% 的光利用效率,对噪声具有非常好的鲁棒性.

1 压缩感知基本原理

Donoho^[8]和 Candès^[9-12]等人首先提出压缩感知理论,可以通过远比 Nyquist 采样少得多的非相干的线性测量实现对一个稀疏或可压缩信号的测

量,然后从测量中恢复原信号的问题.压缩感知的成功依赖于两个重要性质:稀疏性和非相干性.

考虑 $N(N=mn)$ 像素的图像 $\mathbf{g}$,在稀疏算符 Ψ 上近似使用 $K \ll N$ 个系数表示,此时可以通过成像系统获得的采集数据可以表示为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{g}^{\text{true}} + \mathbf{e} = \Phi \Psi \boldsymbol{\theta} + \mathbf{e}, \quad (1)$$

其中, Φ 是成像系统对应的线性测量算符, Ψ 是稀疏算符, $\boldsymbol{\theta}$ 是 K 稀疏的向量, $\mathbf{y}$ 是 $M \times 1$ 维的测量向量, $\mathbf{e}$ 是 $M \times 1$ 维的高斯加性噪声.

由于式(1)表示的线性系统是高度欠定的,常规的线性方程组求解方法是不可能的.但是, Candès 等人表明,如果 Φ 满足 $2K$ 阶的限制等距性质(restricted isometry property, RIP), CS 理论可以通过最小化稀疏度的方法得到一个高度精确的解,如高斯矩阵和亚高斯矩阵^[13]等.其中 K 是 $\mathbf{g}^{\text{true}}$ 的稀疏度^[8].最终该求解问题可以表述为下面的优化问题:

$$\boldsymbol{\theta}^{\text{est}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\boldsymbol{\theta}\|_0 \text{ s. t. } \|\mathbf{y} - \Phi \Psi \boldsymbol{\theta}\|_2 \leq \epsilon, \quad (2)$$

$$\mathbf{g}^{\text{est}} = \Psi \boldsymbol{\theta}^{\text{est}}, \quad (3)$$

其中, ℓ_0 类范数 $\|\boldsymbol{\theta}\|_0$ 为统计向量 $\boldsymbol{\theta}$ 中非零元素的数目,参数 $\epsilon \geq 0$ 表示误差的上界.通常来说,求解 ℓ_0 最小化本质上是一个组合优化问题,是 NP-hard 问题,其计算复杂度是关于图像的尺寸呈指数增加的^[9].一个常见的替代策略是将 ℓ_0 范数替换为 ℓ_1 范数^[10-12].于是,式(2)中的优化问题转化为

$$\boldsymbol{\theta}^{\text{est}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\boldsymbol{\theta}\|_1 \text{ s. t. } \|\mathbf{y} - \Phi \Psi \boldsymbol{\theta}\|_2 \leq \epsilon; \quad (4)$$

$$\mathbf{g}^{\text{est}} = \Psi \boldsymbol{\theta}^{\text{est}}. \quad (5)$$

Candès 等人的研究结果表明,如果测量矩阵 Φ 满足 RIP 条件,那么式(2)的求解方案和式(4)的松弛解是等价的^[10].

2 压缩感知超分辨率图像重建

2.1 频域随机相位编码实现卷积

在许多应用场合如通信中的信道估计和雷达、声纳和地震成像等应用中,测量值可以建模为一个未知的信号与可控脉冲卷积后的数据值.而图像的压缩采样成像模型可以看成原图像与随机脉冲的卷积后再下采样得到的测量值.我们构造特定的随机

脉冲,使其对应的傅里叶变换是一个单位幅度和均匀分布相位的独立随机变量序列^[14-15].

基于随机卷积方法的图像压缩测量过程有主要分为两个步骤:首先循环卷积信号 $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^N$ 与随机脉冲 $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^N$, 然后进行积分下采样. 脉冲是随机的、全局性的、宽频率的, 可以使其能量均匀地分布在离散频谱上.

事实上, 图像 $\mathbf{g}$ 和 $\mathbf{h}$ 的卷积是一个线性运算, 因此可以写成下面的形式:

$$\mathbf{y} = \mathcal{D}_\downarrow (\mathbf{g} * \mathbf{h}) + \mathbf{e} = \Phi \mathbf{g} + \mathbf{e} = \Phi \Psi \boldsymbol{\theta} + \mathbf{e}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{g}$ 是大小为 $n \times n$ 的原始图像, 矩阵 Φ 表示观测算符, Ψ 是一个稀疏算符, $\boldsymbol{\theta}$ 是只有 K 个非零元的稀疏系数向量, $\mathbf{e}$ 是一个零均值方差 σ^2 的白高斯噪声, $\mathbf{h}$ 是一个描述成像系统的点扩散函数, “ $*$ ”是卷积操作, $\mathcal{D}_\downarrow$ 表示下采样操作符, 比如几何下采样或积分下采样等等, 是水平和垂直方向同时执行下采样操作. 假如下采样因子为 $\mathcal{D}_s$, 也就是说水平和垂直方向的像素分别从 m, n 降采样到 $m/\mathcal{D}_s$ 和 $n/\mathcal{D}_s$, 此时总像素数 $N = mn$, 测量 $\mathbf{y}$ 的大小是 $m/\mathcal{D}_s \times n/\mathcal{D}_s$, 其总测量数目是 $mn/\mathcal{D}_s^2$. 具体对于二维图像来说:

$$\Phi = \mathcal{D}_\downarrow \mathcal{F}_{2D}^{-1} \Sigma \mathcal{F}_{2D}, \quad (7)$$

$\mathcal{F}_{2D}$ 是二维离散傅里叶变换, $\mathcal{F}_{2D}^{-1}$ 是二维离散傅里叶逆变换, 我们随机生成 $\mathbf{h}$ 使其傅里叶变换是 Σ , Σ 的具体表达式如下:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \cdots & \sigma_{mn} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中, σ_w 是单位幅度的复数随机相位, 其相位是共轭对称的, 如此可以满足对应的编码测量值是实数的.

上述感知策略具有以下几个吸引人的特性: 1) 通用性. 即该感知策略与信号表示的选择无关, 是通用的. 2) 数值结构, 即其算法重建过程中需要反复计算的前向算符 $\Phi \Psi$ 与反向算符 $\Psi^T \Phi^T$ 可以使用一些特殊的快速变换计算, 设计更加有效的快速重建算法, 提高重建的速度. 3) 物理可实现性, 即该感知策略易于物理实现, 便于利用 4-f 成像架构设计一个采集系统收集线性非相干测量.

在随机卷积感知测量中, 有噪声测量 $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{g}^{\text{true}} + \mathbf{e}$. 如果误差的大小可以是有界的, 即 $\|\mathbf{e}\|_2 \leq \epsilon$, Romberg^[16] 给出式(2)中的一个松弛版本的解 $\boldsymbol{\theta}^*$, 将满足式(9):

$$\|\boldsymbol{\theta}^* - \boldsymbol{\theta}_0\|_2 \leq C_2 (M^{-1/2} \epsilon + K^{-1/2} \|\boldsymbol{\theta}^* - \boldsymbol{\theta}_{0,K}\|_1). \quad (9)$$

随机脉冲卷积方法和下采样操作在任何稀疏算符 Ψ 上都起同样的作用. 而且, 运用 $\Phi = \mathcal{D}_\downarrow \mathcal{F}_{2D}^{-1} \times \Sigma \mathcal{F}_{2D}$ 操作保持傅里叶变换的幅度不变, 仅对傅里叶变换的相位作出不同的均匀随机延时, 所以信号在频率上能量集中的将继续集中, 扩散的仍将保持扩散, 最后经过另一个透镜的傅里叶逆变换得到频域随机相位调制的结果. 一个 Lena 图像的频域均匀随机调制的例子如图 1 所示.

图 1 中给出的是一个二维图像频域相位随机编码的系统实例示意图, 整个系统是基于 4-f 光学架构系统下实现, 在频域实现相位的随机编码, 振幅保

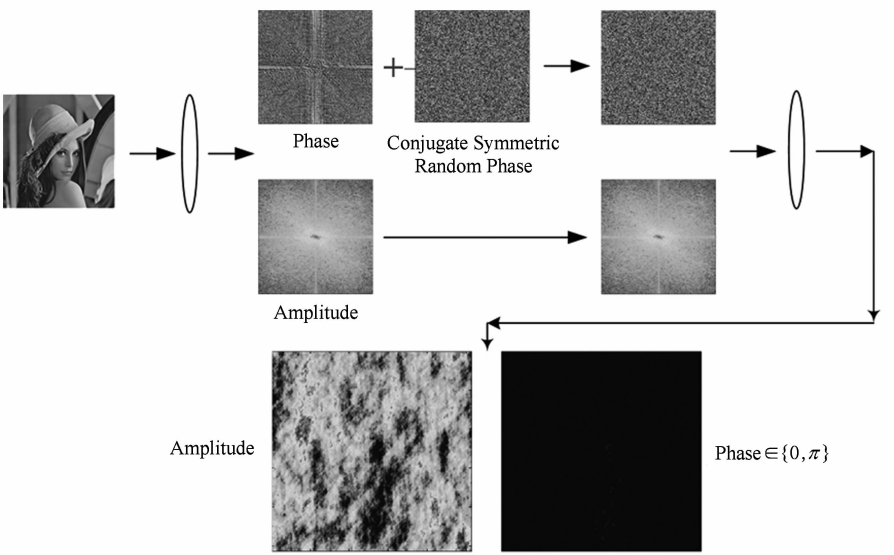


Fig. 1 Random phase modulation strategy of 2D image.
图 1 二维图像相位随机编码策略

持不变. 从最终时域得到的时域振幅和相位可以看出, 在仅针对频域相位的随机编码作用下, 最终获得的测量值是实数的, 相位也只有 $\{0, \pi\}$ 两种值, 其内容和原图像几乎看不出一丝关联, 可以作为实际的压缩成像的有效编码方法之一.

2.2 压缩测量的实现

在本节中我们给出一种光学架构实现随机卷积的原理图, 其主要思路是利用 4-f 成像架构中的频域随机相位的编码实现图像的随机编码, 最后通过低分辨率的电荷耦合元件 (charge-coupled device, CCD) 实现测量值的记录, 最后从测量值恢复原高分

分辨率图像. 该方法实现了从一个单幅图像的超分辨率重建, 而不需要任何额外的信息采集. 该方法实现超分辨率的关键是利用人类可理解图像信息非常冗余的事实, 也就是说具有稀疏表示特性.

利用 4-f 光学结构实现随机脉冲的卷积还可以用来克服光学成像系统分辨率的限制^[10-14]. 这里考虑需要成像的对象是由单色相干光源照明的情形, 感兴趣的对象是一个在透明薄片上的图案, 而想要获取的图像是透过这一透明薄片的光场强度. 光场强度的测量使用一个低分辨率的 CCD/CMOS 探测器阵列记录, 具体实现如图 2 所示:

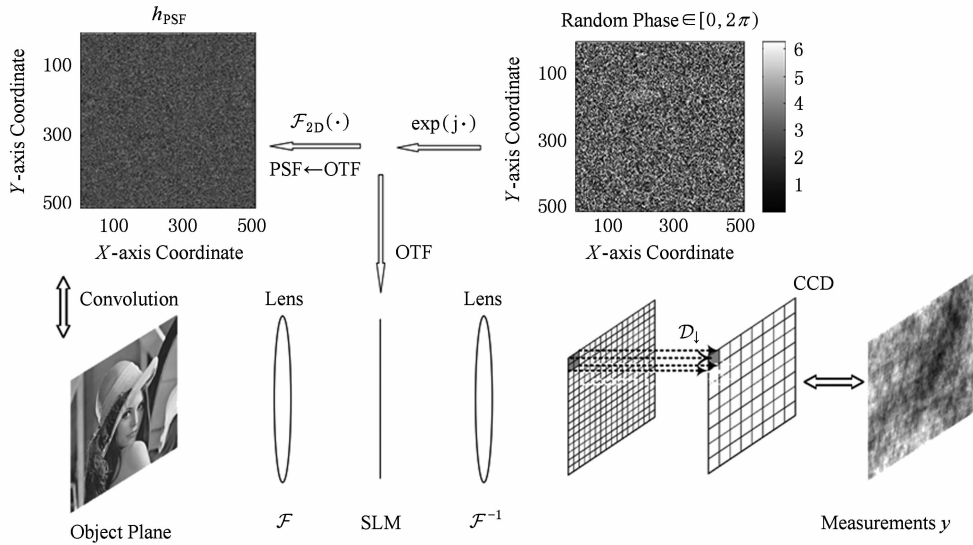


Fig. 2 4-f Fourier optics imaging architecture implementing random convolution followed by random phase modulation.
图 2 4-f 傅里叶光学成像架构实现随机卷积

在图 2 中, 图像经过透镜, 即对图像进行二维傅里叶变换, 然后在频域经过随机相位调制 (random phase modulation, RPM), RPM 是由空间光调制器 (spatial light modulator, SLM) 器件实现的, 此处的 SLM 器件实现了对角矩阵 Σ 的行为与原图像的傅里叶变换逐点相乘, 只对频域的相位进行随机调制, 振幅保持不变, 而后通过另一个透镜, 相当于执行傅里叶逆变换, 最后通过 CCD 记录编码后的信息.

可以假设, 如果图 2 中没有 SLM 器件, 那么系统分辨率的与探测器阵列的大小成比例. 如果此时再采用尺寸较大、像素数目较少的低分辨率探测器阵列记录测量值, 那么这个过程可以简单地解释为在一个面积比较大的探测器像素上作一个简单地积分平均下采样操作, 最终可获得原图像的一个低分辨率版本的观测图像. 但是, 当使用 SLM 实现相位随机调制以后, 得到的观测图像从表面上看和原图像的内容一点都不相似, 但是, 比较令人惊讶的是二

者包含的信息量是等价的. 通过空间光调制器 SLM 上的栅格结构可以有效地控制相位, 可以有效地实现信息的调制并获取对应的非相干测量值, 从而能够更有效地重建原图像的像素灰度值.

2.3 二元相位掩膜编码

目前, 文献[10-12]中已经提出许多通用的压缩采样方案, 这些方案的基本特征是, 它们采用的是完全随机的、独立的随机变量. 在本节将展示如何扩展一些 CS 中的结果到更适合物理实现的测量系统. 特别是对随机脉冲的卷积下采样获得测量, 在某种意义上是一种通用的压缩采样策略. 随机卷积有两个优势对比“完全是随机”策略. 随机卷积的计算存在基于 FFT 的快速算法, 使得大规模问题的求解方案是可行的.

在实际物理实现过程中, 完全随机的策略一般是不可取的, 其需要的成本太高或者根本不可能实现, 因此需要一种降低随机性的替代方法, 二元相位就是一种非常好的实现方法, 其用 SLM 实现控制

的相位只需要两种状态 $\{p_1, p_2\} \subset [0, 2\pi)$,更易于实现. 下面给出完全随机相位和二元相位和编码的示意图对比. 从图 3(e)和图 3(f)的对比可以看出,

完全随机相位的点扩散函数完全随机,几乎没有任何规律,而二元相位掩膜有两个明显的尖峰,和针孔相机的点扩散函数比较类似.

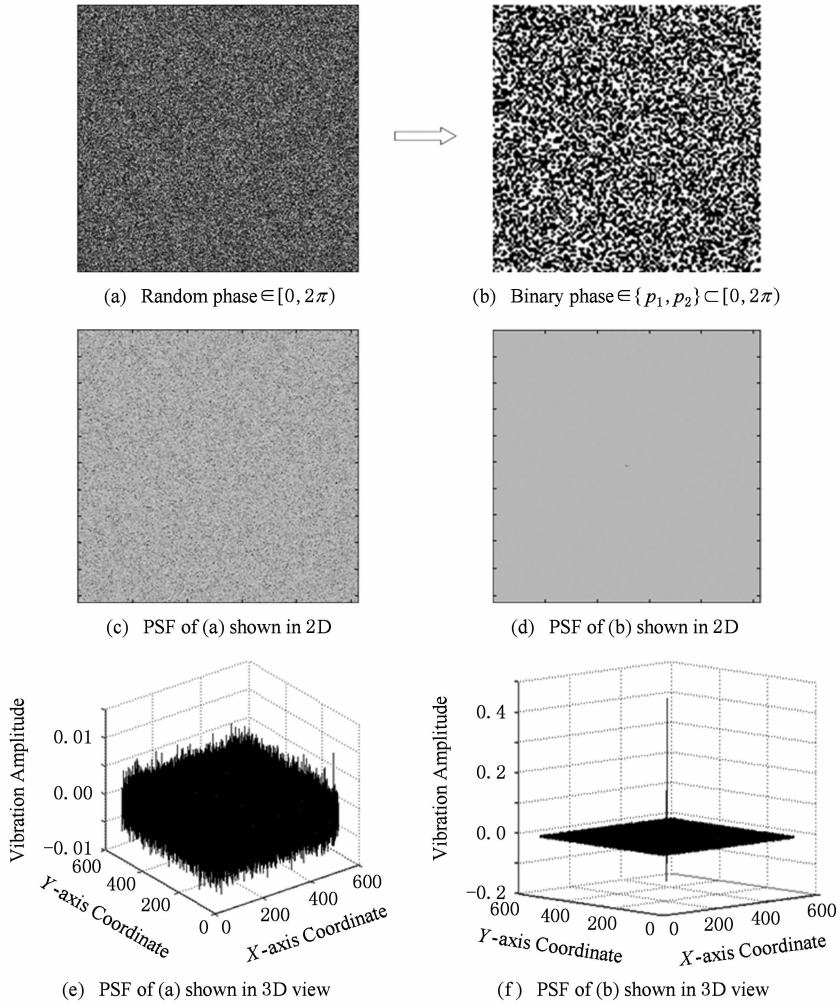


Fig. 3 PSF comparison of uniform random phase and binary phase mask.

图 3 均匀随机相位和二元相位掩膜的点扩散函数对比

2.4 二元相位掩膜的实现方法

本节给出相位掩膜的实现方案之一,用以说明二元相位掩膜在实现成本上的大大降低:其基本原理是利用掩膜薄片上不同点的不同厚度达到不同的相位延时效果,具体的原理是利用光在薄膜和空气中的速度不同来达到延时效果,其具体公式如下:

$$(n_0 - 1)\Delta d_i = k\lambda, k \in \mathbb{Q}, \lambda \Leftrightarrow 2\pi,$$

其中, n_0 是折射率,与掩膜的材质相关, λ 是光波的波长,相差 λ 的光程差表示相差 2π 的相位延时. 因此可以推导出薄膜上每一点的厚度:

$$\Delta d_i = \frac{k\lambda}{(n_0 - 1)}, k \in \mathbb{Q}. \tag{10}$$

当使用均匀随机相位掩膜时,几乎掩膜上的每一点都需要不同的厚度,这导致掩膜加工的难度非常大,加工成本非常高. 而二元相位掩膜只需要直接

简化考虑两种厚度,这里我们可以只考虑 π 和 2π 的相位延时,对应的光程差分别为 $\lambda/2$ 和 λ ,即式(10)中的 $k=1/2$ 和 1 ,由此推导出掩膜上的两点的厚度差为

$$\lambda \Leftrightarrow 2\pi \leftrightarrow \exp(j2\pi) = 1,$$

对应的厚度为

$$\Delta d_1 = \frac{\lambda}{n_0 - 1};$$

$$\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \pi \leftrightarrow \exp(j\pi) = -1,$$

对应的厚度为

$$\Delta d_2 = \frac{\lambda}{2(n_0 - 1)}.$$

因此,掩膜上只需要 Δd_1 和 Δd_2 这两种厚度即可实现所需的相位延时,可以大大降低掩膜的加工成本.

3 模拟实验

下面我们给出数值实验,验证本文提出的超分

辨率方法的有效性. 测试环境具体设置为 32 位 Windows7 操作系统,处理器是 Intel® Core™ i5-2320,4 核,主频为 3.00 GHz,有效内存为 3.0 GB,测试软件是 Matlab2010a. 图 4 中的模拟实验说明

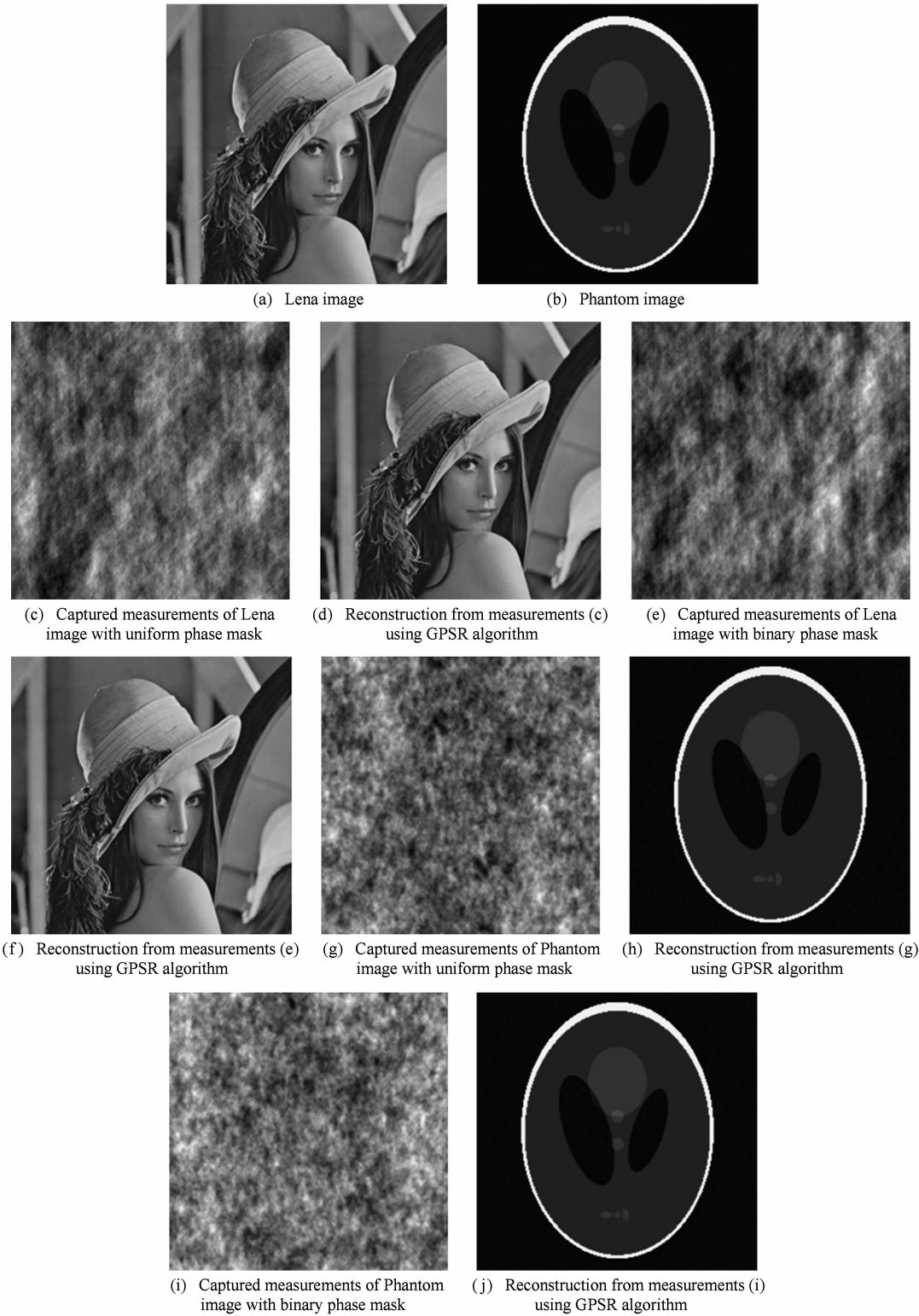


Fig. 4 Super-resolution imaging tests using random phase modulation.

图 4 随机相位编码超分辨成像实验

了基于 4-f 光学架构实现频域随机相位编码的应用潜力. 创建一个 $1\,536\times1\,536$ 像素的原始 Lena 和 Phantom 图像, 通过图 2 中的光学结构实现随机相位编码, 然后积分下采样, 再通过附加噪声实现测量值的记录.

图 4(a) 和图 4(b) 是标准的 Lena 和 Phantom 图像, 图 4(c) 和图 4(e) 分别是 Lena 图像在图 2 中的成像系统中分别使用均匀随机相位和二元相位获得的测量值, 其大小都是 384×384 , 也就是说水平和垂直方向的下采样率都是 4, 图 4(d) 和图 4(f) 是分别通过图 4(c) 和图 4(e) 中的测量值使用梯度投影稀疏重构 (gradient projection for sparse reconstruction, GPSR)^[17] 算法重构的结果, 小波的尺度同样都为 3. 其信噪比分别是 29.84 dB 和 29.68 dB, 图 4(g) 和图 4(i) 是 Phantom 图像在图 2 中的成像系统中分别使用均匀随机相位和二元相位获得的测量值, 图

4(h) 和图 4(j) 根据图 4(g) 和图 4(i) 中的测量值分别通过 GPSR 算法重构的结果, 其信噪比分别是 39.87 dB 和 39.62 dB. 稀疏算符 Ψ 都选用 Rice 大学提供的 Daubechies 10 小波基 (rice wavelet toolbox, RWT)^[18].

表 1 是 Lena, Cameraman 和 Phantom 图像在图 2 中所示的成像系统下的重建结果, 每种图像的尺寸有 512×512 , 768×768 , $1\,024\times1\,024$, $1\,536\times1\,536$ 像素这 4 个级别, 下采样比例因子分别为 2, 3, 4, 6, 不同图像尺寸下选用的下采样比例因子有所不同. 重建算法选用 GPSR 算法, 相位掩膜分别选用均匀随机掩膜和二元相位掩膜, 统计每一组参数下的重建信噪比和重建时间, 具体数据如表 1 所示. 从表 1 的数据可以看出, 本文提出的二元相位掩膜的重建实验结果和均匀随机相位掩膜的实现结果相当, 但是在物理实现难度上大大降低.

Table 1 Reconstruction Performance Comparison of Uniform Random Phase with Binary Random Phase

表 1 随机相位编码重建性能比较

Image Name	Image Size/pixel	Downsampling Factor	Uniform Random Phase		Binary Random Phase	
			Recovery SNR/dB	Recovery Time/s	Recovery SNR/dB	Recovery Time/s
Lena	512×512	2	26.03	10.63	26.41	11.88
	768×768	2	30.69	17.37	30.85	19.36
	768×768	3	26.14	11.71	26.10	12.52
	1 024×1 024	2	32.90	26.78	33.04	35.69
	1 024×1 024	4	25.44	16.34	25.34	20.91
	1 536×1 536	2	35.38	57.42	35.94	63.96
	1 536×1 536	3	31.40	44.89	31.56	63.32
	1 536×1 536	4	29.84	69.68	29.68	79.96
Cameraman	512×512	2	25.29	10.14	25.51	13.12
	768×768	2	32.96	18.50	33.14	20.01
	768×768	4	25.92	16.70	25.91	18.49
	1 024×1 024	2	35.71	26.49	36.30	29.51
	1 024×1 024	4	26.73	30.72	26.65	39.79
	1 536×1 536	2	39.13	80.81	39.29	73.41
	1 536×1 536	3	35.07	49.83	35.10	47.64
	1 536×1 536	4	32.66	60.47	32.22	54.54
Phantom	512×512	2	25.14	12.94	25.84	15.19
	768×768	2	39.60	23.18	39.82	20.50
	768×768	3	25.80	27.47	25.13	27.03
	1 024×1 024	2	43.41	24.63	43.40	23.71
	1 024×1 024	4	26.64	44.13	25.62	35.40
	1 536×1 536	2	50.18	90.29	50.22	96.88
	1 536×1 536	3	45.95	56.78	45.98	60.00
	1 536×1 536	4	39.87	94.11	39.62	96.61

由于实际成像系统中经常会出现诸多噪声的影响,因此下面测试图 2 中的压缩成像系统在不同方差的高斯随机噪声条件下重建图像的误差曲线,图像选用 Lena,Cameraman 和 Phantom 图像,大小为 1536×1536 ,噪声方差 $\sigma = [0, 0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0]$,下采样率 D_s 分别为 2,3,4,6. 图像重建质量用信噪比 SNR 度量,结果如图 5 所示.

在图 5 中,“UniP”和“BinP”分别表示均匀随机相位和二元随机相位. 从图 5 可以看出,在相同噪声方差和相同的下采样率 D_s 条件下,Phantom 图像信噪比最高,Cameraman 次之,Lena 最差,这是因为在等尺寸和尺度为 3 的 RWT 下,Phantom 图像最稀疏,而 Lena 图像最不稀疏. 由此导致在同样的测量次数下重建图像信噪比的差异.

第 4 组数值实验用于比较本文提出的频域相位调制方法和 Romberg 提出的随机解调 (random demodulation, RD)^[16] 方法以及 Yin 等人提出的

RecPC^[19] 方法之间的重建性能比较结果. RD 方法的 Matlab 程序 ImagingExperiment^[20] 和 RecPC^[21] 方法的 Matlab 源代码都可以从互联网下载得到,在此感谢 Romberg 和 Yin 等人提供的源代码.

测试图像同样选用 Lena,Cameraman 和 Phantom 图像,图像尺寸分为 $256 \times 256, 512 \times 512, 768 \times 768, 1024 \times 1024, 1280 \times 1280, 1536 \times 1536$ 和 1792×1792 共 7 个级别,总的下采样率 N/M 为 $1/8$ (之所以会选取该下采样率,是因为随机解调方法实现时采用一种混合测量;其一为随机解调测量,另一个为分辨率测量,二者的下采样率 N/M 分别为 $1/16$,加起来共为 $1/8$,而 RecPC 方法的下采样使用的是随机位置下采样,也就是说,在所有的 N 个位置中,均匀随机抽取 $M(M=N/8)$ 个位置的测量值;本文此处的下采样使用的是水平和垂直方向下采样率不一致的积分下采样方法,水平和垂直下采样率分别为 $1/2$ 和 $1/4$). 在上述条件下测试 3 种压缩成像方

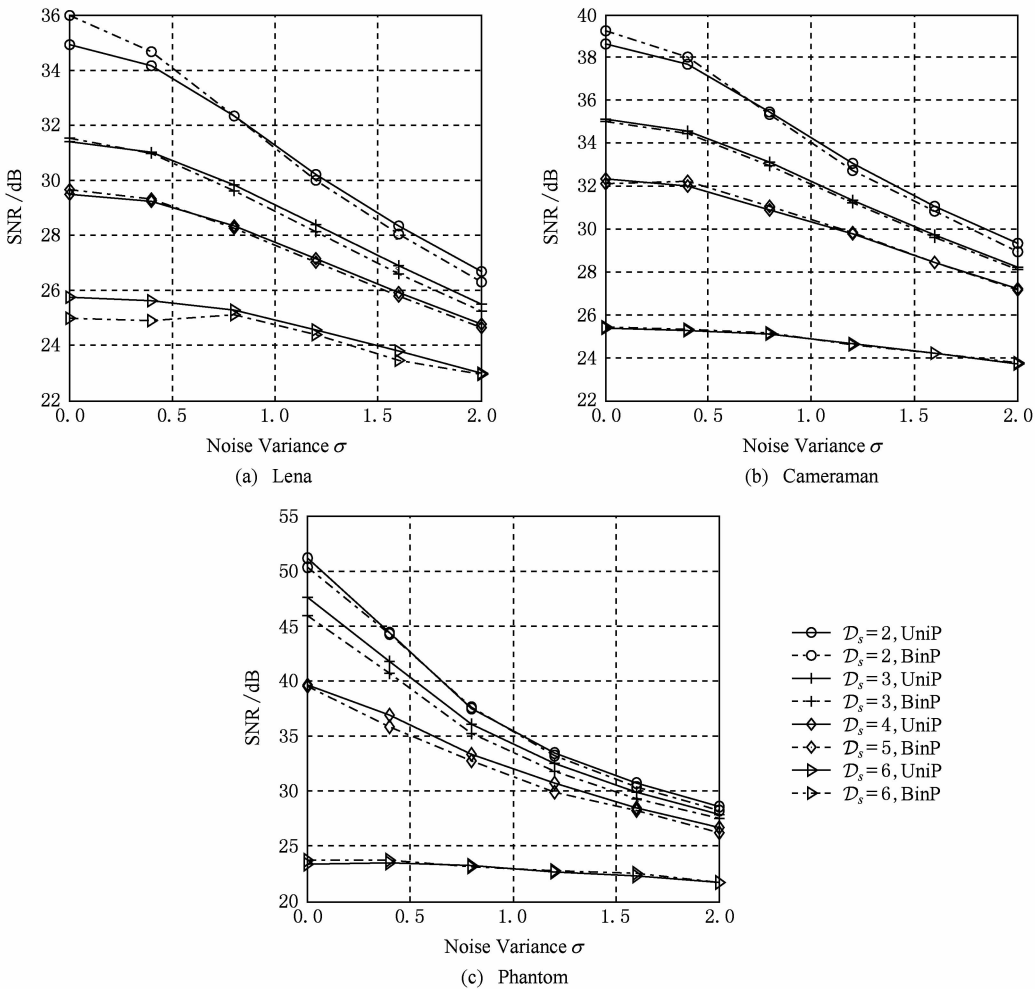


Fig. 5 Performance comparison of image reconstruction versus different noise using random phase encoding.

图 5 不同噪声的随机相位编码图像重建性能比较

法可以重建的最大的图像尺寸,以及相应的重建信噪比与重建时间,重构算法选用迭代软阈值(iterative soft thresholding, IST)^[22]和 GPSR 算法.表 2 给出了几种算法的下采样方式和求解器的具体比较.详细的实验结果如表 3 所示.

Table 2 Downsampling Type and Solvers of Various Reconstruction Algorithms

表 2 重建算法的下采样方式和求解器		
Reconstruction Algorithm	Downsampling Type	Solvers
RD	Integral	tvqc_logbarrier
RecPC	Random locations	RecPF_Circ
Our Method (IST)	Integral	IST
Our Method (GPSR)	Integral	GPSR

从表 2 和表 3 的数据可知,Romberg 提出的 RD 方法使用 tvqc_logbarrier 求解器,能求解的尺寸最大只能到第 5 个级别 1 280×1 280 像素,该方法只有在 256×256 这一最小级别尺寸上重建信噪比,

相比本文的方法有一定的优势,其余级别尺寸基本上劣于本文提出的方法,但是,RD 方法的重构时间随着尺寸的增加而迅速增加,严重限制了其应用.而 Yin 提出的 RecPC 方法虽然在信噪比方面的优于本文提出的方法(尤其是梯度稀疏图像,如 Phantom 图像),但是由于其下采样方式是随机位置下采样,其部分数据的获取方式基本上只能有两种^[23]:第 1 种是按照传统方式获取所有的数据,然后抛弃其中的绝大部分,这不现实或多此一举,没有必要;另外一种是可以利用多个独立传感器随机位置分布以设计 CCD 阵列,额外的成本较高,体现不出压缩成像的突出优势,从而使 RecPC 方法的实用受到很大的限制.

综上所述,本文提出的方法易于物理实现,且对大尺寸图像来说,具有较高的信噪比,是一种可以物理实现的较实用压缩成像策略,具有非常重要的应用前景.注意,表 3 中符号“—”意思是指在对对应参数设置下程序无法运行.

Table 3 Reconstruction Performance Tests of Three Compressive Imaging Methods Under Binary Phase Encoding in Frequency Domain

表 3 三种压缩成像方法在频域二元相位编码下的重建性能测试

Image Name	Image Size/pixel	Reconstruction Algorithm							
		RD		RecPC		Our Method(IST)		Our Method(GPSR)	
		SNR/dB	Time/s	SNR/dB	Time/s	SNR/dB	Time/s	SNR/dB	Time/s
Lena	256×256	20.98	624.7	24.33	6.86	23.57	1.35	23.51	2.73
	512×512	26.24	2 838	32.35	19.43	32.00	3.17	32.02	5.72
	768×768	28.33	6 391	35.13	30.31	34.93	5.04	34.77	10.35
	1 024×1 024	30.38	13 621	37.97	52.08	37.22	6.20	37.02	18.36
	1 280×1 280	30.86	23 143	39.25	72.85	37.69	9.45	37.32	35.21
	1 536×1 536	—	—	40.62	111.8	38.33	14.49	37.96	55.69
	1 792×1 792	—	—	41.25	142.0	38.59	18.99	38.18	77.32
Cameraman	256×256	20.22	624.7	23.30	7.97	20.74	1.52	20.74	3.19
	512×512	25.47	3 033	32.12	20.35	29.74	3.85	29.73	6.53
	768×768	26.88	6 732	34.18	33.49	32.96	6.28	32.98	12.18
	1 024×1 024	28.93	13 719	37.35	55.43	36.75	9.05	36.62	20.64
	1 280×1 280	29.58	24 939	38.37	77.87	37.50	10.54	37.39	32.95
	1 536×1 536	—	—	39.85	120.6	38.88	14.04	38.59	40.33
	1 792×1 792	—	—	40.37	144.8	39.08	18.50	38.76	56.22
Phantom	256×256	22.55	824	39.43	3.92	12.15	3.03	12.21	2.92
	512×512	24.85	2 629	39.90	11.99	23.38	8.78	23.41	10.47
	768×768	26.81	6 788	41.24	20.83	25.98	14.28	26.08	23.47
	1 024×1 024	27.38	12 558	41.44	38.26	32.52	22.39	32.68	45.14
	1 280×1 280	27.62	25 507	41.96	55.27	34.00	27.41	34.04	52.93
	1 536×1 536	—	—	42.10	87.31	37.46	30.57	37.47	72.61
	1 792×1 792	—	—	42.36	111.4	37.53	33.13	37.26	86.49

4 结 论

本文提出了一种频域二元相位随机编码压缩成像方法,并给出如何利用经典的 4-f 光学架构实现该压缩成像方法的光学成像系统。模拟实验表明,该方法可以有效地实现大尺度高分辨率图像的信息获取,即可实现从单一的低分辨率测量图像的超分辨率重建。该方法对压缩成像的研究具有非常重要的意义。此外,二元相位掩膜可以更容易地通过物理加工实现,对于压缩成像理论走向实际应用具有重要的促进作用。

参 考 文 献

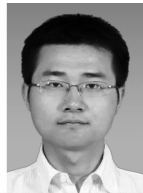
- [1] Takhar D, Laska J N, Wakin M B, et al. A new compressive imaging camera architecture using optical-domain compression [OL]. 2006 [2012-10-21]. <http://Proc.spiedigitallibrary.org/Proc.aspx?articleid=728899>
- [2] Boufounos P T, Baraniuk R G. 1-bit compressive sensing [C] //Proc of IEEE 42nd Annual Conf on Information Sciences and Systems. Piscataway, NJ: IEEE 2008: 16-21
- [3] Wakin M B, Laska J N, Duarte M F, et al. An architecture for compressive imaging [C/OL] //Proc of 2006 IEEE Int Conf on Image Processing. Piscataway, NJ: IEEE 2006: 1273-1276
- [4] Duarte M F, Davenport M A, Takhar D, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling [J]. IEEE Trans on Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 83-91
- [5] Stern A, Javidi B. Random projections imaging with extended space-bandwidth product [J]. Journal of Display Technology, 2007, 3 (3): 315-320
- [6] Zhang Cheng, Yang Hairong, Wei Sui. Compressive double-lens imaging using circulant-toeplitz-block phase mask [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(8): 98-103 (in Chinese)
(张成, 杨海蓉, 韦穗. 循环-托普利兹块相位掩模可压缩双透镜成像[J]. 光学学报, 2011, 31(8): 98-103)
- [7] Zhang Cheng, Shen Chuan, Cheng Hong, et al. Phase mask of sparse trinary toeplitz matrix with random pitch in compressive imaging [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(2): 99-107 (in Chinese)
(张成, 沈川, 程鸿, 等. 随机间距稀疏三元 Toeplitz 矩阵相位掩模压缩成像[J]. 光学学报, 2012, 32(2): 99-107)
- [8] Donoho D. Compressed sensing [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306
- [9] Candès E, Romberg J. Sparsity and incoherence in compressive sampling [J]. Inverse Problems, 2007, 23(3): 969-985
- [10] Candès E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509
- [11] Candès E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59 (8): 1207-1223
- [12] Candès E J, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425
- [13] Fang Hong, Zhang Quanbing, Wei Sui. A method of image reconstruction based on sub-gaussian random projection [J]. Journal of Computer Research and Development, 2008, 45 (8): 1402-1407 (in Chinese)
(方红, 章权兵, 韦穗. 基于亚高斯随机投影的图像重建方法 [J]. 计算机研究与发展, 2008, 45(8): 1402-1407)
- [14] Kirolos S, Laska J, Wakin M, et al. Analog-to-information conversion via random demodulation [C/OL] //Proc of IEEE Dallas/CAS Workshop on Design, Applications, Integration, and Software, 2006: 71-74. [2012-10-21] <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/mostRecentIssue.jsp?punumber=4115092>
- [15] Tropp J A, Laska J N, Duarte M F, et al. Beyond Nyquist: Efficient sampling of sparse bandlimited signals [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2010, 56(1): 520-544
- [16] Romberg J. Compressive sensing by random convolution [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(4): 1098-1128
- [17] Figueiredo M, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4): 586-597
- [18] Baraniuk R, Choi H, Neelamani R, et al. Rice wavelet toolbox [OL]. [2012-10-21]. <http://dsp.rice.edu/software/rice-wavelet-toolbox>
- [19] Yin W, Morgan S, Yang J, et al. Practical compressive sensing with toeplitz and circulant matrices [C/OL] //Proc of Visual Communications and Image Processing, 2010 [2012-10-21]. <http://Proc.spiedigitallibrary.org/Proc.aspx?articleid=752092>
- [20] Romberg J. ImagingExperiment [OL]. [2012-10-21]. <http://users.ece.gatech.edu/~justin/randomconv/>
- [21] Yang J, Yin W. RecPC [CP]. [2012-10-21]. <http://www.caam.rice.edu/~optimization/L1/RecPC/>
- [22] Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. A new TwIST: Two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration [J]. IEEE Trans on Image Processing, 2007, 16 (12): 2992-3004
- [23] Shu X, Ahuja N. Imaging via three-dimensional compressive sampling (3DCS) [C] //Proc of 2011 IEEE Int Conf on Computer Vision (ICCV). Piscataway, NJ: IEEE, 2011: 439-446



Zhang Cheng, born in 1984. Received his PhD degree in the School of Electronics and Information Engineering from Anhui University, China in 2012. Currently, he is lecturer of Anhui University. His current research interests include compressed sensing, matrix completion, optical imaging and phase retrieval (question1996@163. com).



Zhang Fen, born in 1980. Received her BSc degree in 2003 and MSc degree in 2006 respectively from Anhui University. Currently PhD candidate. Her main research interests include matrix completion and phase retrieval (fenzhang2003@163. com).



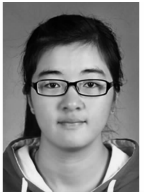
Shen Chuan, born in 1986. PhD candidate in the School of Electronics and Information Engineering, Anhui University, Hefei, China. His current research interests include holographic imaging and Signal processing (shenchuan2502@163. com).



Zhang Quanbing, born in 1977. Received his PhD degree in the School of Computer Science and Technology from Anhui University, China in 2004. Currently, he is associate professor of Anhui University. His current research interests include computer vision, compressed sensing, matrix completion and phase retrieval (qbzhang@ahu. edu. cn).



Wei Sui, born in 1946. Professor in Anhui University. Her current research interests include computer vision and imaging & display.



Wang Yue, born in 1988. Received her MSc degree in the School of Electronics and Information Engineering from Anhui University, China in 2013. Currently, she is assistant professor of Anhui Science and Technology University. Her research interests include communication and holography (wangyue5960@163. com).