

多社区网络上的命名博弈

郭东伟 孟翔燕 刘 森 侯彩芳
(吉林大学计算机科学与技术学院 长春 130012)
(符号计算与知识工程教育部重点实验室(吉林大学) 长春 130012)
(guodw@jlu.edu.cn)

Naming Game on Multi-Community Network

Guo Dongwei, Meng Xiangyan, Liu Miao, and Hou Caifang
(College of Computer Science and Technology, Jilin University, Changchun 130012)
(Key Laboratory of Symbol Computation and Knowledge Engineering (Jilin University), Ministry of Education, Changchun 130012)

Abstract We propose a new naming game model to imitate the process of human cognizing and naming a new object. Agents cognize an object through different name weights of its various words. The increase and decrease of names weight express that the name memory is enhanced and forgotten in human brain. Deleting names with low weights explains limited memory. On single-community playing our naming game, evolution can converge to global consensus asymptotically. The process of naming a new object is explained qualitatively by analyzing the number of total names, the number of different names and the average success rate. Optimal values of the deleting threshold and attenuation parameter induce the fastest convergence of the population, but very strong influences inhibit the convergence process. There exists a linear relationship between the two parameters to favor the rapid convergence. This paper also proposes a multi-community network model, which is composed of several communities, to simulate the evolution of different languages in various countries. Gaming on multi-community network model, the number of convergence names may be same as the number of communities. The stability of convergence names is related to the strength of communities and average degree, not related to the size of community. Stability analysis of differential equations is used to explain numerical computation. The agents in community hold a name and agents among communities hold several names, which are similar to multilingual and they can communicate with each other among communities.

Key words multi-community network; naming game; name weight; evolution; convergence names

摘 要 为了模仿人类对新物体认知和命名的过程,提出了一种新型的命名博弈模型,它通过词汇的权重表示个体的认知程度,低权重词汇被删除模拟个体有限记忆的过程.实验发现,在单社区网络上,所有个体的词汇最终能够统一,通过总词汇数、不同词汇数和平均协议成功率的分析解释了新个体命名的演化过程.衰减因子和删除阈值的取值对于演化速度影响较大,当它们之间存在线性关系时演化收敛较快.通过将该模型应用到多社区网络模型上,发现收敛词汇数可能不唯一,会与社区数相同,且收敛词汇数的稳定性与网络社区化强度和社区内节点的平均度有关,而与社区内节点数无关.最后,使用微分动力学的方法对这种情况进行了定量分析.

关键词 多社区网络;命名博弈;词汇权重;演化;收敛词汇

中图法分类号 TP18

语言的发展一直被认为是一个复杂的问题^[1-3],语言中对某个新事物的命名词汇数量的发展通常呈现出 S 形. 命名博弈是研究语言形成和演化的一个非平衡动力学^[4-5],它可以用来描述多个人工智能之间的简单通信系统的建立过程. 命名博弈模型刻画了在缺乏全局监管和先验常识的情况下,个体通过对局部交互的自组织方式试图将某个客观物体的名字达成一致^[6-8],其过程可用统计物理的方法分析处理. 一个典型的命名博弈的案例是所谓的“说话首领”的实验(talking heads experiment),植入软件的机器人通过摄像头对某物体进行命名,并且互相交流发明的名字以达到最终的一致^[9-11]. 命名博弈对网络意见或网络语言的传播与形成、社会网络标签系统的建立与完善、多智能个体的协调与控制都有重要的意义.

近来,Baronchelli 和 Dall'Asta 等人^[12-14]利用 Steels 的实验提出了一个简单的命名博弈模型,并得出了与“说话首领”实验一致的结果,即互相交流发明的名字可以达到最终一致. 基于原始的最小命名博弈,Tang 等人^[15]研究了基于词权的命名博弈,即每个词汇都有一定的权重,反映了说话者在整个网络中的地位及影响程度. 同时,由于倒置的命名博弈能够提高收敛效率,Yang 等人^[16]研究了在 BA 无标度网络和 NW 小世界网络中的不对称协议的命名博弈,它使得度大的节点以更高的概率充当说话者,以保证演化速度更快. Wang 等人^[17]考虑到在交流系统中个体存储信息时有限的理性行为或者有限的存储资源问题,分别研究了随机图、小世界网络以及无标度网络中有限记忆的命名博弈. 然而,在先前的研究中只是片面地研究了某一个因素对命名演化的影响,不能完整地表达人类认知新事物并且词汇演化统一的全过程.

自然界和人类社会广泛存在着复杂系统,而复杂系统正好可通过各种各样的复杂网络来描述,起初使用 Erdos 和 Renyi^[18]提出的随机图论来描述复杂网络,虽然简单,但其足以表达网络的一般结构属性、功能和演化机制. 随后,Watts 和 Strortz^[19]提出 WS 小世界网络,较好地描述了真实网络中高聚类的特性. 为体现度大的节点优先增长的特性,Barabasi 和 Albert^[20]提出了 BA 无标度网络,它能够较好地描述现实网络的多方面特征. 这些网络模

型的出现为复杂网络的研究取得了突破性的进展,但现有的网络模型都不能较好地表现社会网络中社区化的特性^[21-22].

基于人类记忆过程,本文结合词汇权重、记忆库大小和节点选择等多种因素提出了一种可衰减词汇权重的命名博弈模型. 每个节点的每一个词汇都存在一个权重,用来衡量该节点对词汇的记忆程度,记忆强度高(权重大)的词汇下一次会被节点优先选择传播. 通过加大成功传播词汇的权重来加强对该词汇的记忆,降低传播失败的词汇权重来表现个体遗忘的过程,从而保证记忆空间的一致性,低权重的词汇会被有效删除,体现了人类大脑有限记忆的特性,这个过程较完整地体现了人类认知新事物的过程. 将该命名博弈在单社区 BA 网络上实验,总词汇数、不同词汇数和平均协议成功率被定性地分析以解释新个体命名的演化过程,并研究了衰减因子和删除阈值对演化统一的影响以及它们之间存在的定量关系.

为了模拟现实社会中不同国家不同语言的演化过程,本文提出了多社区网络模型,表示整个社会网络是由各个国家或民族子社区组成的,各个社区内仍是 BA 网络,社区间个体以相反方式连接. 在多社区 BA 网络上应用此博弈模型,通过博弈模型分析和实验验证来探究影响收敛词汇稳定性的因素,同时,观察处于团体间的个体在演化统一时所持有词汇的变化情况.

1 博弈模型

命名博弈中,若干个体同时观察同一个陌生物体并且将词汇相互交流,每个个体都被赋予一个内在的记忆库来存储不同的词汇及其权重. 初始时刻个体的记忆库都为空,然后,在每个时间步个体之间相互交换词汇,并按照一定规则传播词汇,某些词汇也会在传播过程中消亡. 如果每次按照相同概率选择接听者,然后在接听者的邻居中随机选择一个说话者,那么,度大的节点会以较大的概率作为说话者,称为倒置命名博弈;否则,若随机选择一个说话者,然后在说话者的邻居中随机选择一个接听者,那么度大的节点以较小的概率作为说话者,称为直接命名博弈^[12-14,23].

本文基于以上的规则提出了新的传播机制,假设有 N 个个体,每个个体拥有由多个词汇构成的

记忆库 A_i , 个体 i 对于词汇 x 的记忆强度以权重 ω_i^x 表示, 个体的总权重总是保持为 1. 具体的演化规则如下:

1) 节点的选择. 选择说话者 i 和接听者 j 的规则采用倒置命名博弈或直接命名博弈.

2) 说话者 i 选择词汇. 若 A_i 无词汇, 则创建一个新的词汇 x , 并为该词汇添加一个初始权重 $\omega_i^x = 1$, 将词汇 x 及其权重都保存在 A_i 中, 同时将该词汇作为传播词汇; 否则, 若 A_i 中已经存储关于此物体一个或多个词汇, 那么一个词汇 x 将以正比例于词汇权重的概率 P_x 被选择, 如式(1):

$$P_x = \frac{\omega_i^x}{\sum_l \omega_i^l}.$$

(1)

3) 说话者 i 将词汇 x 传播给接听者 j .

4) 接听者 j 接收词汇. 若 $x \in A_j$, 此次协议成功, 调整所有词汇的权重如式(2):

$$\omega_j^k = \alpha \omega_j^k + (1 - \alpha) \times \delta(x, k),$$

(2)

其中, α 为词汇权重的衰减因子,

$$\delta(x, k) = \begin{cases} 0, & \text{if } k \neq x; \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

若 $x \notin A_j$, 此次协议失败, 如果 A_j 为空, 则将词汇 x 加到 A_j 中, 且 x 在 j 中的初始权重为 $\omega_j^x = 1$; 如果 A_j 不为空, 则将词汇 x 加到 j 的记忆库中, 调整 A_j 中其他所有词汇的权重, 如式(3):

$$\omega_j^k = \begin{cases} \alpha \omega_j^k, & \text{if } k \neq x; \\ 1 - \alpha, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

(3)

5) 删除词汇. 检查接听者 j 记忆库 A_j 中所有词汇的权重, 若某一个词汇 z 的权重 $\omega_j^z < \delta$, 其中 δ 为词汇的删除阈值, 调整所有词汇的权重为 $\omega_j^k < \frac{\omega_j^k}{1 - \omega_j^z}$, 然后, 将词汇 z 及其权重一起从 j 的记忆库中删除.

重复以上过程直至系统获得全局的一致性或者到达预先设定的时间步. 基于上面的规则, 在演化过程中, 各个节点词汇总权重保持为 1, 网络中某一词汇的权重总和为 $W_x = \sum_{i=1}^n \omega_i^x$, 若 $W_x \rightarrow 1 \times N$, 说明词汇网络中各个节点都只拥有一个词汇 x , 此时演化统一.

2 多社区网络模型

BA 模型^[20]是一种常见的构造复杂网络的方法, 一个新的节点与一个已经存在的节点 u 连接的

概率为 $\Pi_u = \frac{k_u}{\sum_v k_v}$, 这种方式构建的网络缺乏社区

信息. 本文提出一种多社区网络模型的构建算法, 各个团区内以 BA 网络方式实现, 社区间以反 BA 网络方式连接, 即一个新的节点与一个已经存在的节点 u 连接的概率为 $\Pi_u = \frac{1/k_u}{1/\sum_v k_v}$.

假设构建的网络共有 g 个社区, $C_j = 1, \dots, g$, 最终, 网络中有 N 个节点, 每个节点代表一个个体, 通过网络的逐步构造, 期望每个社区间节点数目比例为预先定义的 $CP(j)$, p 为某个节点的全部边加入某个社区的概率, $m(j)$ 为节点选择社区 j 后添加的边数, 以此控制各个社区内节点的平均度.

初始网络: 构造 g 个全联通网络的初始核, 各个初始核的节点数分别为 $m(j)$, 令社区 j 中的节点数占总节点数的比例为 $CP(j)$, 边数为 $m(j)$.

增长过程:

1) 向网络中加入一个节点 s .

2) 节点 s 以正比例于社区间节点比例 $CP(j)$ 的概率 SP_j 为其选择一个社区 C_j , 将节点 s 加入社区 C_j 中, SP_j 如式(4):

$$SP_j = \frac{CP(j)}{\sum_{j=1}^g CP(j)}.$$

(4)

3) 节点 s 以概率 p 使用 BA 方式, 将 $m(j)$ 条边全部加入社区 C_j 中, 否则, 以 $1 - p$ 的概率使用反 BA 的方式将 $m(j)$ 条边加入网络中任何节点上, 并保证有一条边加入到社区 C_j 中.

重复以上过程, 直到 N 个节点全部加入网络中, 在此过程中避免重复连接和自连.

p 代表整个网络的社区化强度, p 值越大, 网络中社区内节点的连接相对越紧密, 社区间节点的

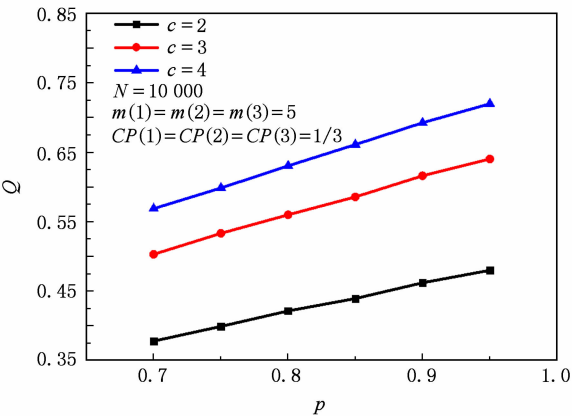


Fig. 1 Modularity Q versus parameter p .

图 1 多社区网络中模块性 Q 随着社区化强度 p 的变化

连接相对稀疏,网络社区化更加明显.研究者常用模块性 Q 来衡量网络的社区化特性^[22].按照上文提出的算法产生不同参数 p 并计算 Q 的变化,如图 1 所示,在不同社区数 c 的网络中,模块性 Q 是随着 p 的增加而增强的,因此, p 是可以作为控制网络社区化强度的关键因素.图 2 展示了 3 社区网络的可视化图,社区结构明显,处于社区边缘的节点的边存在于多个社区中.

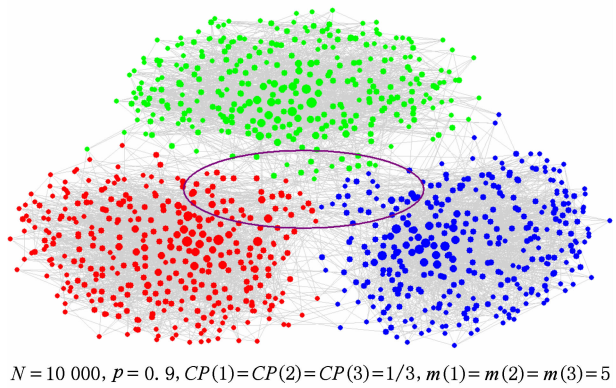


Fig. 2 Visualization of three-community network.

图 2 3 社区网络可视化图

3 仿真与讨论

3.1 单社区网络

人们常用总词汇量 Nw 、不同词汇量 Nd 、协议的平均成功率 $S(t)$ 以及收敛时间 Tc 来描述命名博弈的演化过程.本文首先分析了单社区网络的命名博弈演化,如图 3 所示,在演化初期,节点处于创造词汇阶段, Nw 和 Nd 快速地增长,词汇的交流主要发生在以 hub 节点为中心的节点簇内,因此, $S(t)$ 在初始时增长相对较快.随着演化的进行,当 Nd 增长到一个极大值,每个节点都至少持有一个词汇,即到达了词汇传播的阶段.在创造词汇的初始阶段,节点的记忆库都为空,节点中新发明词汇或传播词汇的权重都为 1,故下一次该词汇直接被选为传播词汇;而在词汇传播阶段,各个节点拥有词汇个数多于一个,且各个词汇的权重都小于 1,“恰当”词汇被选择作为传播词汇的概率变小, $S(t)$ 会相对有较小的下降.由于各个节点的记忆库大小与删除阈值有关,此时未达到记忆库容量, Nw 会继续增长.在 hub 节点簇内的词汇演化稳定后,演化进入了各个词汇簇间的竞争,冗余词汇被删除导致 Nd 快速下降,由于删除阈值控制记忆库大小, Nw 基本保持不变, $S(t)$ 也相对平稳,最终,系统演化进入稳定的收敛状态.

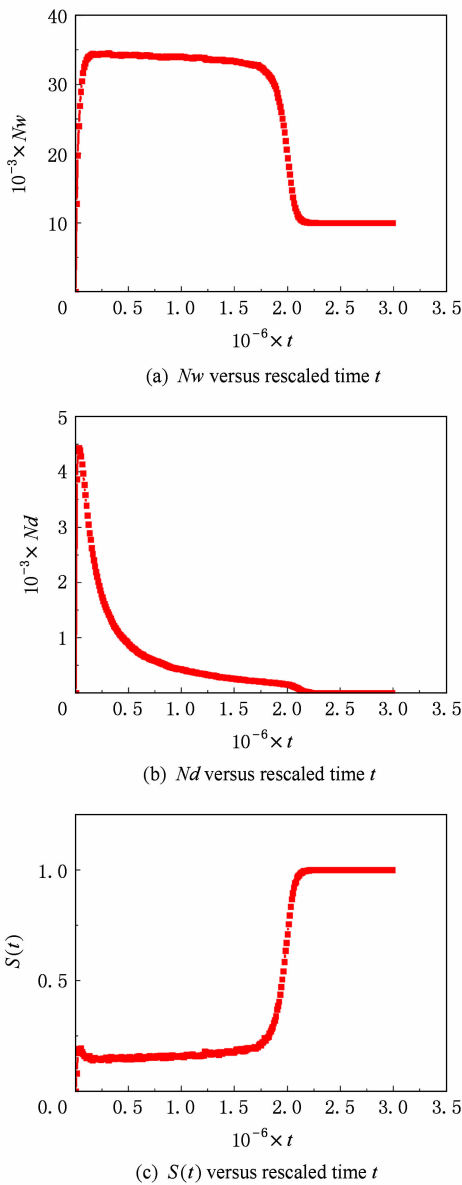


Fig. 3 Evolution process of naming game on single-community.

图 3 单社区网络上命名博弈的演化过程

3.1.1 衰减因子对演化的影响

为探究衰减因子对系统收敛速度的影响,本文探究了在删除阈值 $\delta=0.1$ 时收敛时间随着衰减因子 α 的变化,数据曲线如图 4(a)所示.系统存在一个最佳衰减因子 $\alpha_{best}=0.87$,使得演化收敛速度最快,当衰减因子 $\alpha<\alpha_{best}$ 时,过小的衰减因子导致各个词汇的衰减速度较快,新加入的词汇还没有被选择作为传播词汇,权重就已经衰减到很小而被删除掉,影响了“恰当”词汇正常传播的过程,故收敛时间 Tc 变长.当衰减因子 $\alpha>\alpha_{best}$ 时,较大的衰减因子使得词汇的权重衰减量减小,词汇权重需要较长时间达到删除条件,网络中出现大量的冗余词汇,影响了节点

选择“恰当”词汇传播,故演化速度变慢.因此,中等大小的衰减因子加速系统词汇的演化,过大的衰减因素反而抑制演化过程.

图 4(b)(c)分别表示不同衰减对 Nw 和 Nd 的影响.在词汇的发明阶段,不同的衰减因素对 Nd 的增长几乎没有影响,说明在发明新词汇时,基础数据的演化只与网络尺度和节点选择的策略有关,而与衰减因素无关.对于 Nw 而言, α 越小衰减得越快,加速了节点簇内的演化统一,因此,较小的 α 最先进入词汇簇间的竞争.由于中等大小的 α 加速演化进程,其所需的最大 Nw 较大,即各个词汇库中存储较多的相同词汇加速演化进程.对于 Nd 而言,在词汇簇间竞争的阶段时,越小的 α 使得不同词汇数

Nd 被删除得越快,而当演化即将收敛时,由于较小的 α 使 Nd 减少得过快,从而影响了正常词汇的演化统一.

3.1.2 删除阈值对演化的影响

图 5(a)表示衰减因子 $\alpha=0.7$ 时,删除阈值随着收敛时间 Tc 的变化关系.删除阈值存在一个最优值 $\delta_{best}=0.28$,使得演化收敛最快.当 $\delta<\delta_{best}$ 时,由于较小删除阈值使得词汇在各个节点的记忆库中保存的时间过长,影响节点选择词汇的概率和该记忆库中其他词汇的权重,故收敛速度降低,随着删除阈值 δ 的增加,收敛速度增加.当 $\delta>\delta_{best}$ 时,由于词汇删除得过快,新传播来的词汇还没来得及下一次传播就已经被删除,影响该词汇的正常传播及演化,导致收敛速度变慢.因此,中等大小的删除阈值加速演化的收敛,过大的删除阈值反而抑制演化过程.

图 5(b)表示不同删除阈 δ 值时 Nw 随时间 t 的变化.在节点簇内的演化阶段,较大的删除阈值使得节点簇内部使用较少的词汇即可达到统一,且记忆库容量与删除阈值成反比,因此 Nw 的最大值较小.在词汇簇间的竞争时,中等大小的 δ 更易于词汇

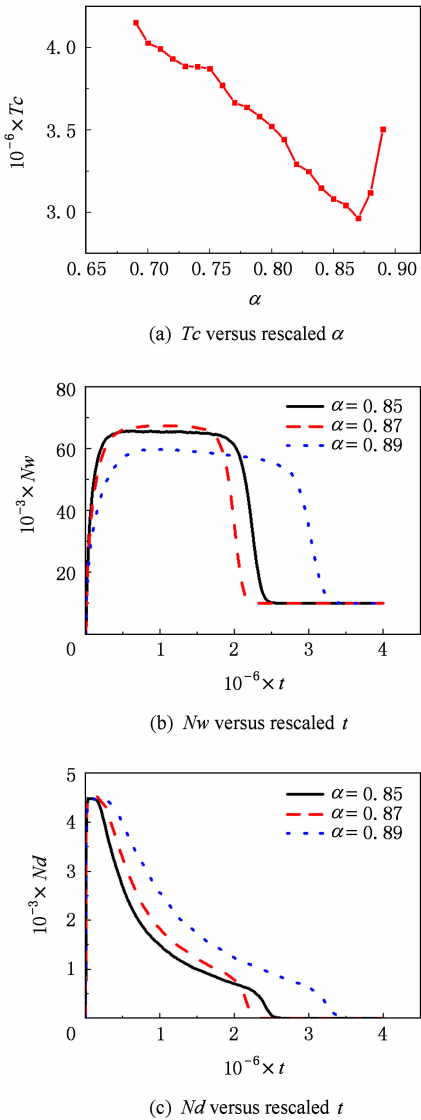


Fig. 4 The impact of rescaled attenuation factor on evolution.

图 4 衰减因子对演化的影响

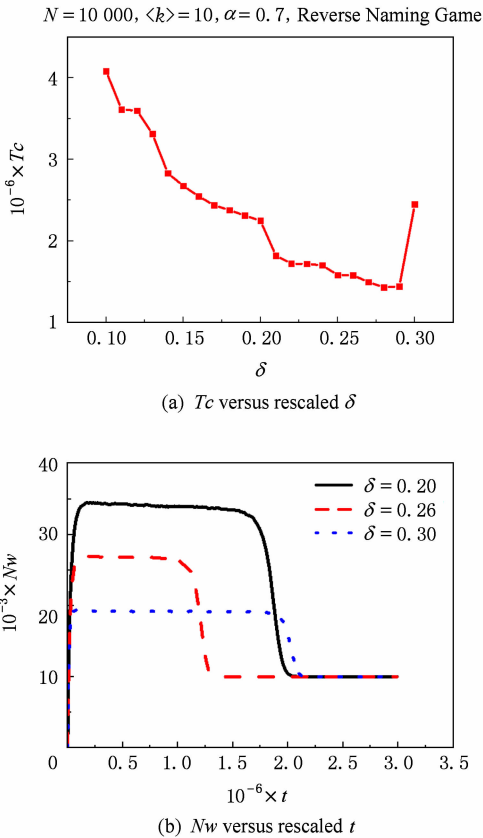


Fig. 5 The impact of rescaled deleting parameter on evolution.

图 5 删除阈值对演化的影响

簇间的相互竞争,较大的 δ 删除词汇较快,使得词汇簇之间的词汇不能充分地传播;较小的 δ 使得不同词汇簇间的节点拥有词汇过多,“恰当”词汇被选择的可能性小,延长收敛时间.

3.1.3 衰减因子与最佳删除阈值的关系

为探究衰减因子与删除阈值的关系,本文统计了收敛时间 T_c 随着删除阈值和衰减因子变化关系,如图 6 所示. 在任何一个衰减区间下都存在一个最优删除阈值 δ_{best} ,使得 T_c 最小,统计这些最优删除阈值和衰减因子,如图 6 中小图所示,发现它们之间存在一个较为明显的线性关系,可以通过公式 $\delta = 0.9 \times (1 - \alpha)$ 来拟合,其中的 0.9 相当于词汇被给予两次机会保留在节点中,也就是说,每一个词汇有两次被保留机会的情况下收敛速度最快. 例如,当 $\alpha = 0.9$ 时,计算得 $\delta = 0.09$,若某一词汇第 1 次传播到一个新节点中,该词汇的初始权重为 $1 - \alpha = 0.1$,若该节点第 2 次作为接听者接收到的并不是该词汇,此时该词汇权重被衰减为 $0.1 \times \alpha = 0.09 \geq \delta$,即该词汇被给予第 2 次保留的机会,若该节点第 3 次接收到的词汇仍不是该词汇,此时词汇权重衰减为 $0.09 \times \alpha = 0.081 < \delta$,该词汇将被删除.

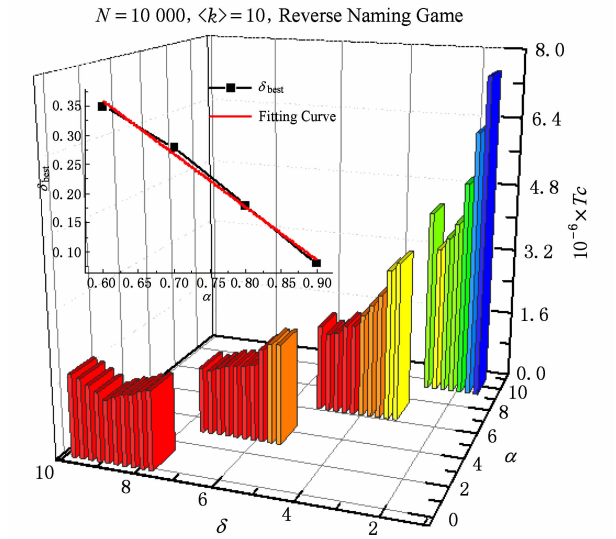


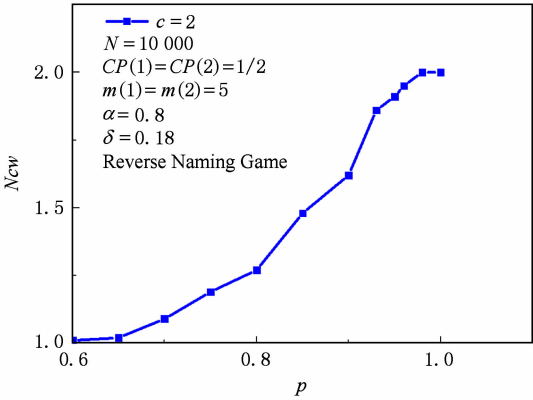
Fig. 6 T_c versus rescaled α and δ .
图 6 T_c 与 α 和 δ 的关系

3.2 多社区网络

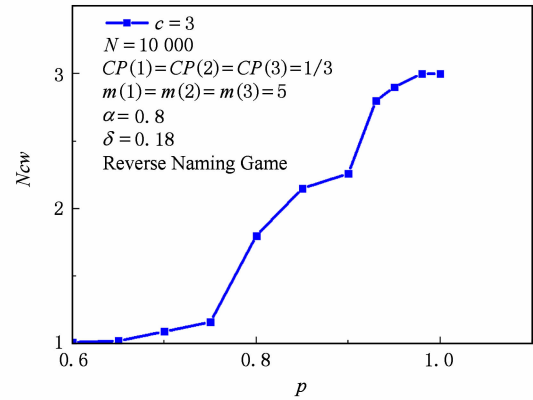
对于单社区网络,演化进程能够最终收敛到一个词汇,而多社区网络演化最终不是总能收敛到一个词汇,在某些特定条件下,收敛的词汇数与网络社区数是相同的. 图 7 表示二社区网和三社区网络中收敛词汇数 N_{cw} 随着社区化强度 p 的变化,社区化强度可以影响演化最终收敛词汇数. 收敛词汇数

与网络的社区化强度,网络平均度和节点策略的选择等因素有关,下文将进行研究.

Data points are obtained by averaging over 100 independent realizations.



(a) N_{cw} versus p on 2-community networks



(b) N_{cw} versus p on 3-community networks

Fig. 7 The revolution between N_{cw} and p on multi-community networks.

图 7 多社区网络上 N_{cw} 和 p 的关系

3.2.1 不同策略对演化的影响

图 8 表示 3 社区网络中不同策略对 N_w 和 N_d 的影响. 整体来说,节点的策略选择不会影响整体曲线形状的变化,即演化过程基本不变. 相对于直接命名博弈,倒置命名博弈需要最大记忆库的容量 N_w 较大,发明新词汇数 N_d 较小,明显促进系统的收敛效率,这是由于倒置命名博弈中, hub 节点主动向邻居传播词汇,可以很快形成以 hub 节点为中心的词汇簇,即每个节点的记忆库中相同的词汇较多,协议成功率高,收敛的速度变快. 在多社区网络中,直接命名博弈中 hub 节点更易于充当接听者,社区间的节点作为说话者时可能会直接影响某个社区的 hub 节点,从而带动整个社区的词汇变化,因此,直接命名博弈更易于收敛到一个词汇;而在倒置命名博弈中, hub 节点易于充当说话者,社区间节点作为说话者的概率小,只会随着各个社区的影响改变自己所

存储词汇的权重,而不会影响到其他社区的 hub 节点,因此,倒置博弈很难收敛到一个词汇,且一般收敛的词汇数与社区数是相同的. 由于直接命名博弈不符合社会现实,在之后的内容中不予研究.

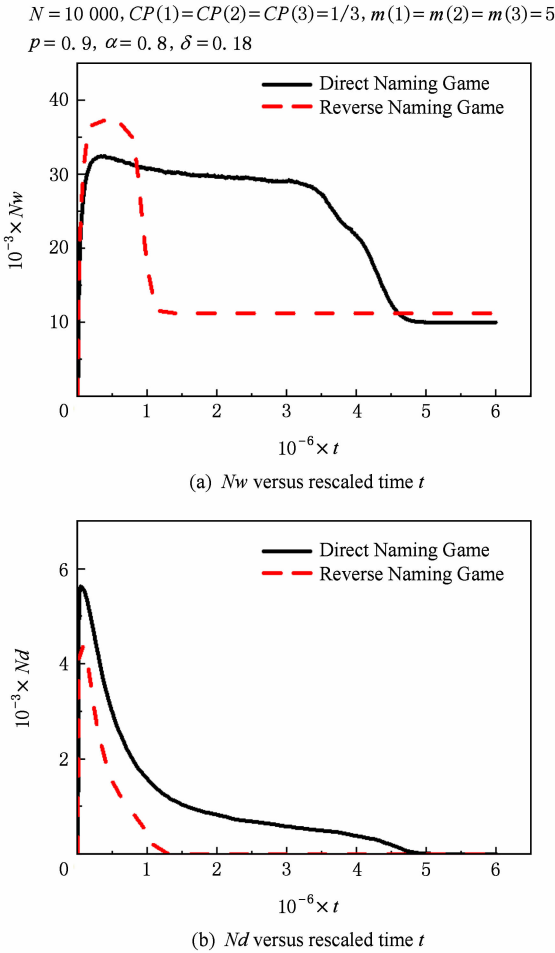


Fig. 8 Evolution process of naming game on the 3-community networks with various naming games.
图 8 3 社区网络上不同策略命名博弈的演化过程

3.2.2 不同平均度对演化的影响

图 9 表示 3 社区网络中不同平均度 $\langle k \rangle$ 对 Nw 和 $S(t)$ 的影响. 随着平均度的增加,节点接收到其他节点传播词汇的概率也会增加,网络最大的词汇量 Nw 增大,各个节点带有的相同词汇越多,进入系统收敛的速度就越快. 对于 $S(t)$ 而言,网络的平均度越大,在演化初期,节点间词汇传播成功率 $S(t)$ 的最大值相对较低,且较快地完成节点簇内部的演化. 由于平均度越大,词汇簇间的相对区分并不明显,因此,较快地进入了词汇簇间的竞争,由于不同簇间存在较多的连接边,协议成功比率相对于平均度小的节点低,不明显的簇间区分使得网络更快地到达演化的统一.

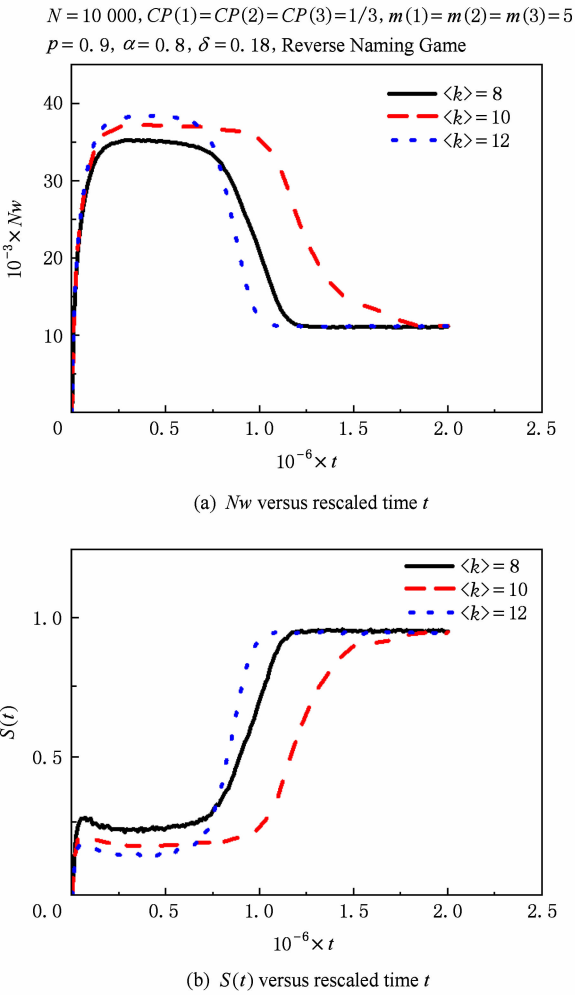


Fig. 9 Evolution process of naming game on the three-community networks with various average degrees.
图 9 3 社区网络上不同平均度的命名博弈演化过程

3.2.3 不同社区数对演化的影响

图 10 表示在社区数 c 分别为 2,3,4,5 时不同词汇量 Nw 随着时间 t 的变化关系. 在整个网络总节点

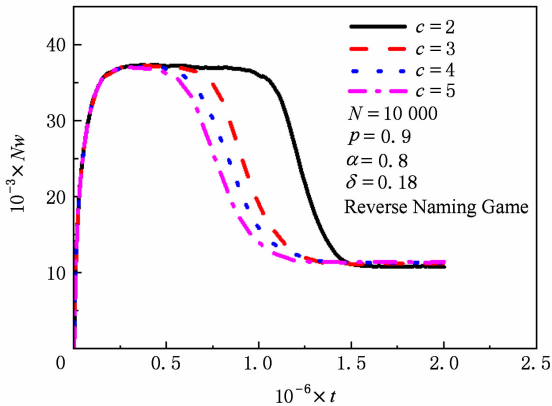


Fig. 10 Nw versus rescaled time t on various communities.
图 10 不同社区数下 Nw 随着时间步 t 的变化关系

数不变的情况下使用倒置命名博弈,社区数越多各个社区内节点数越少,达到统一的时间越短,收敛词汇数与社区数相同,由此可知,若收敛词汇数与社区数相同,系统的收敛时间与各社区的节点数负相关.

3.2.4 词汇演化的可视化过程

为了更进一步探究词汇的演化过程,对网络中词汇权重最大的 5 个节点的词汇进行了跟踪,如图

11 所示. 节点在不同时间持有的词汇不断变化,“恰当”词汇在演化过程中不断地驱逐其他词汇. 例如图中紫色和橘色词汇最终消失. 在演化稳定时,网络的各个社区都会演化到一个词汇,而处于社区间的节点会不断被各个社区所影响,分别带有各个社区的词汇,并不断变化自己所表现的词汇,这样的节点类似于会多种语言的人在不同国家仍可以互相交流.

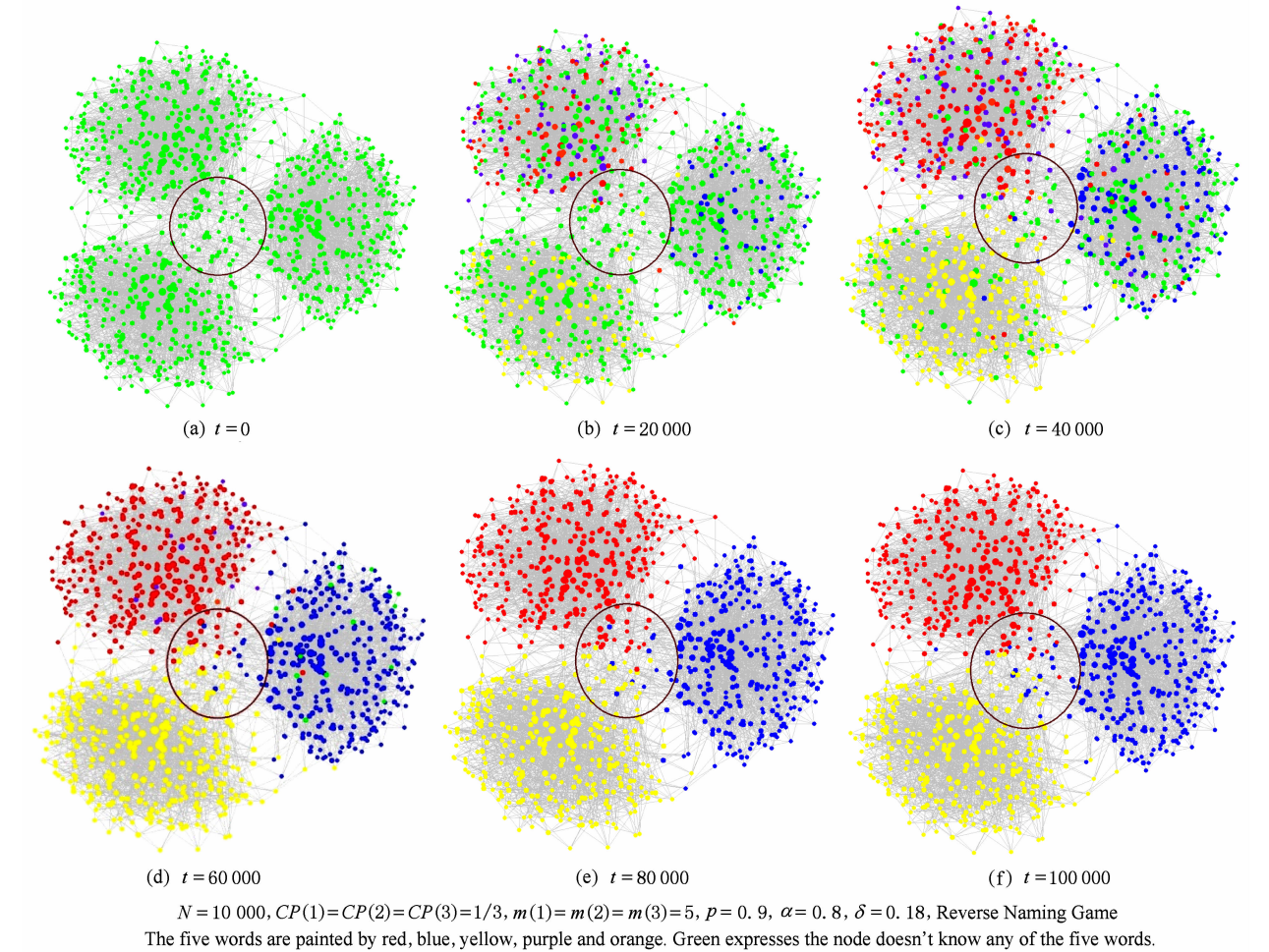


Fig. 11 Top-five words ranking by the maximum total weights throughout evolution are visualized .

图 11 权重最大的 5 个词汇演化的可视化图

4 收敛词汇数的稳定性分析

通过以上实验可知,对于多社区网络使用命名博弈,词汇的收敛并不总是稳定的,因此,使用微分动力学的方法进行探讨影响收敛词汇数的因素.

首先,对 2 社区模型进行简化,如图 12 所示,假设 X, Y, Z 代表一个 2 社区网络的演化系统, X, Z 分别为两个社区, Y 为边存在于 X 和 Z 社区的中间状态团体. 假设命名演化到达将要统一的后期,系统中只存在两个词汇,分别为词汇 A 和 B ,对于词汇

A 而言,在 X, Y, Z 团体中拥有词汇 A 的平均权重分别为 x, y, z .

在每一次演化过程中,对于团体 X 和 Z 而言,影响词汇 A 平均权重的因素来自于团体 Y 向其传

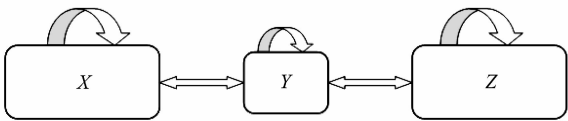


Fig. 12 Simple simulation of evolution system for 2-community networks.

图 12 2 社区网络的演化系统模拟图

播词汇的影响和自己团体自反馈状态的影响;对于团体 Y 而言,影响词汇 A 平均权重的因素是团体 Y 的自反馈的影响和团体 X 和 Z 向其传播词汇的影响,通过微分方程的稳定性分析来探究演化稳定时收敛词汇的数量与哪些因素有关.在将要演化统一的后期,各个团体中词汇 A 权重的变化如下:

对于中间状态的团体 Y 而言,在团体 X 对 Y 的传播影响下,词汇 A 的权重变化分析如下:

$$\begin{cases} x, y = ay + (1-a), & \text{当选中词汇 A 时;} \\ 1-x, y = ay, & \text{当未选中词汇 A 时.} \end{cases} \quad (5)$$

根据式(5)可知,对于词汇 A,团体 X 对 Y 总权重的影响为

$$\rho_X(y) = x(\alpha y + (1-\alpha)) + (1-x)\alpha y. \quad (6)$$

同理于式(5)(6),对于词汇 A,团体 Z 对 Y 总权重的影响为

$$\rho_Z(y) = z(\alpha y + (1-\alpha)) + (1-z)\alpha y. \quad (7)$$

对于团体 Y 的自反馈,词汇 A 的权重变化分析如下:

$$\begin{cases} y, y = ay + (1-a), & \text{当选中词汇 A 时;} \\ 1-y, y = ay, & \text{当未选中词汇 A 时.} \end{cases} \quad (8)$$

根据式(8)可知,团体 Y 对于词汇 A 自反馈的总权重的变化为

$$\rho_Y(y) = y(\alpha y + (1-\alpha)) + (1-y)\alpha y. \quad (9)$$

根据式(6)(7)(9),团体 Y 中词汇 A 的总权重 y 随时间的变化表示如下:

$$\frac{dy}{dt} = [S_1^Y \rho_X(y) + S_2^Y \rho_Y(y) + S_3^Y \rho_Z(y)] - y. \quad (10)$$

由于词汇在某个体中被选择作为传播者的概率与节点的度正相关,因此,粗略地简化 $S_1^Y = k_1, S_2^Y = \frac{k_1+k_2}{2}, S_3^Y = k_2$, 其中, k_1 和 k_2 代表社区 X 和 Z 的平均度.由于 Y 处于中间状态,受外部团体 X 和 Z 的影响较大,暂不考虑删除阈值对词汇权重的影响,因此,式(10)可被简化如下:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{k_1+k_2}{2}(1-\alpha)(x+z-2y). \quad (11)$$

对于团体 X 在自反馈状态下,词汇 A 的权重变化分析为

$$\begin{cases} x, x = ax + (1-a), & \text{当选中词汇 A 时;} \\ 1-x, x = ax, & \text{当未选中词汇 A 时.} \end{cases} \quad (12)$$

根据式(12),对于词汇 A,团体 X 自反馈的总权重为

$$\rho_X(x) = x(\alpha x + (1-\alpha)) + (1-x)\alpha x. \quad (13)$$

但由于团体 X 总权重的变化 $\frac{dx}{dt} = \rho_X(x) - x =$

0, 团体 X 和 Z 中自反馈对词汇权重的影响较大,而受到外部影响较小,不能只考虑衰减因素的影响,应加入删除因素对权重的影响,因此,重新考虑对于团体 X 自反馈对词汇权重的影响.在演化稳定时,团体 A 中的个体或者只持有词汇 A 或者 A, B 都存在或者只有词汇 B,即在 $x=0, 0.5, 1$ 时, $\rho_X(x)=0$, 故团体 X 的词汇 A 权重的变化可以用一个三次方程表示,具体如下:

$$\rho_X(x) = Rx(1-x)(x-0.5), \quad (14)$$

其中, R 是一个与删除阈值有直接关系的参数.

团体 Y 对 X 传播词汇对词汇 A 的权重影响分析如下:

$$\begin{cases} y, x = ax + (1-a), & \text{当选中词汇 A 时;} \\ 1-y, x = ax, & \text{当未选中词汇 A 时.} \end{cases} \quad (15)$$

根据式(15),团体 Y 对 X 中词汇 A 的总权重影响为

$$\rho_Y(x) = y(\alpha x + (1-\alpha)) + (1-y)\alpha x. \quad (16)$$

根据式(14)(16),团体 X 中词汇 A 的总权重 x 随时间的变化表示如下:

$$\frac{dx}{dt} = [S_1^X \rho_X(x) + S_2^X \rho_Y(x)] - x. \quad (17)$$

由于社区间词汇的传播与社区化强度和社区平均度相关,简单考虑 $S_1^X = 1, S_2^X = \frac{1-p}{2}k_1$. 式(17)可被简化为

$$\frac{dx}{dt} = Rx(1-x)(x-0.5) + \frac{1-p}{2}k_1(1-\alpha)(y-x). \quad (18)$$

类似于团体 X 中式(14)(16),团体 Z 中词汇 A 的总权重 z 随时间的变化表示如式(19),简化如式(20),其中 $S_1^Z = \frac{1-p}{2}k_2, S_2^Z = 1$.

$$\frac{dz}{dt} = [S_1^Z \rho_Y(z) + S_2^Z \rho_Z(z)] - z, \quad (19)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1-p}{2}k_2(1-\alpha)(y-z) + Rz(1-z)(z-0.5). \quad (20)$$

根据式(11)(18)(20),3 个团体的词汇 A 权重变化的微分方程可以表示为

$$\begin{cases} f(x, y, z) = \frac{dx}{dt} = \frac{1-p}{2}k_1(1-\alpha)(y-x) + Rx(1-x)(x-0.5); \\ g(x, y, z) = \frac{dy}{dt} = \frac{k_1+k_2}{2}(1-\alpha)(x+z-2y); \\ p(x, y, z) = \frac{dz}{dt} = \frac{1-p}{2}k_2(1-\alpha)(y-z) + Rz(1-z)(z-0.5). \end{cases} \quad (21)$$

为求解微分方程组的不动点,需要求解以下方程组:

$$\begin{cases} \frac{1-p}{2}k_1(1-\alpha)(y-x)+Rx(1-x)(x-0.5)=0; \\ \frac{k_1+k_2}{2}(1-\alpha)(x+z-2y)=0; \\ \frac{1-p}{2}k_2(1-\alpha)(y-z)+Rz(1-z)(z-0.5)=0. \end{cases} \quad (22)$$

解得式(22)的方程组,得到以下 5 个不动点,具体表示的物理意义如下:

$(x, y, z)_0 = (1, 1, 1)$, 表示整个网络最终收敛到一个词汇,为词汇 A.

$(x, y, z)_1 = (0, 0, 0)$, 表示整个网络最终收敛到一个词汇,为词汇 B.

$(x, y, z)_2 = (0.5, 0.5, 0.5)$, 表示整个网络最终收敛到两个词汇,两个词汇分别存在于社区 X, Y, Z 中,且词汇 A 的权重相同.

$(x, y, z)_3 = (\frac{1}{2} + \sqrt{R^2 + 4R \frac{(1-p)k_1(1-\alpha)}{2}} / 2R, 0.5, \frac{1}{2} - \sqrt{R^2 + 4R \frac{(1-p)k_2(1-\alpha)}{2}} / 2R)$, 表示网络最终收敛到两个词汇,社区 X 收敛到词汇 A, 社区 Z 收敛到词汇 B, 社区 Y 处于两个词汇权重平衡的状态.

$(x, y, z)_3 = (\frac{1}{2} - \sqrt{R^2 + 4R \frac{(1-p)k_1(1-\alpha)}{2}} / 2R, 0.5, \frac{1}{2} + \sqrt{R^2 + 4R \frac{(1-p)k_2(1-\alpha)}{2}} / 2R)$, 表示网络最终收敛到两个词汇,社区 X 收敛到词汇 B, 社区 Z 收敛到词汇 A, 社区 Y 处于两个词汇权重平衡的状态.

本文中分析不动点稳定性的矩阵可以表示如下:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial g(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial g(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial g(x, y, z)}{\partial z} \\ \frac{\partial p(x, y, z)}{\partial x} & \frac{\partial p(x, y, z)}{\partial y} & \frac{\partial p(x, y, z)}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

5 个稳定点分别应用到式(23),得到的结果如下:

$$|\Delta|_0 = |\Delta|_1 = -\frac{(1-p)M^2}{8}R - R^2 \frac{M}{4}, \quad (24)$$

$$|\Delta|_2 = R \frac{M}{16} ((1-p)(k_1+k_2)(1-\alpha) - R), \quad (25)$$

$$|\Delta|_3 = |\Delta|_4 = -\frac{M}{4} \left[((1-p)(1-\alpha)(5(k_1+k_2) + \sqrt{25k_1^2 + 25k_2^2 - 46k_1k_2})/4) - R \right] \times \left[((1-p)(1-\alpha)(5(k_1+k_2) - \sqrt{25k_1^2 + 25k_2^2 - 46k_1k_2})/4) - R \right], \quad (26)$$

其中, $M = (k_1 + k_2)(1 - \alpha)$. 根据收敛性的相关定理, 当 $|\Delta| < 0$ 时演化稳定, 通过分析式(24)~(26), 可以得到以下 3 个推论:

推论 1. $|\Delta|_0$ 和 $|\Delta|_1$ 本身为负数, 因此, 网络可能最终收敛到一个词汇, 并且稳定.

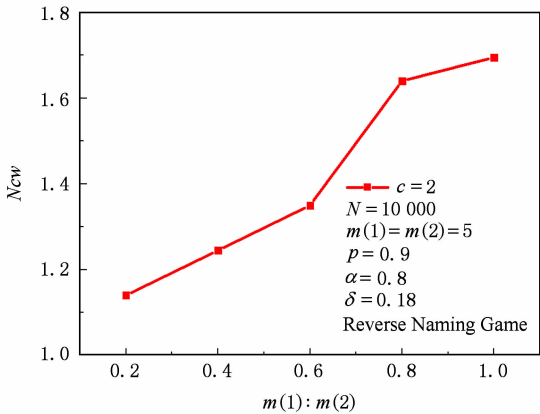
推论 2. 若满足 $(1-p)(k_1+k_2)(1-\alpha) < R$, $|\Delta|_2 < 0$, 网络可能最终收敛到两个词汇, 两个词汇分别存在于社区 X, Y, Z 中, 且权重相同, 并且稳定.

推论 3. 若满足 $((1-p)(1-\alpha)(5(k_1+k_2) - \sqrt{25k_1^2 + 25k_2^2 - 46k_1k_2})/4) < R$ 或 $((1-p)(1-\alpha)(5(k_1+k_2) + \sqrt{25k_1^2 + 25k_2^2 - 46k_1k_2})/4) > R$, $|\Delta|_3$ 和 $|\Delta|_4 < 0$, 网络可能最终收敛到两个词汇, 一个社区收敛到词汇 A, 另一个社区收敛到词汇 B, 社区 Y 处于两个词汇权重平衡的状态.

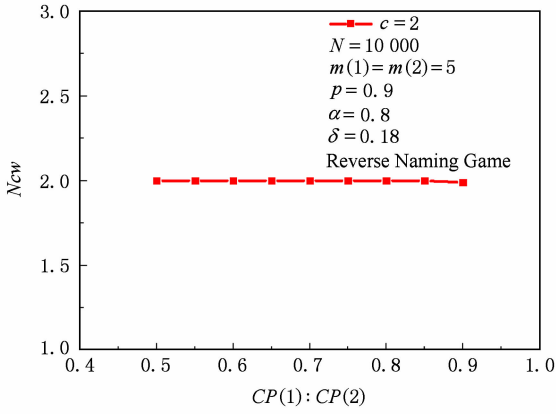
根据推论 3, 收敛到多个词汇时有两种条件可以满足, 即为社区化强度 p 足够大或者平均度 $\langle k \rangle$ 足够大时, 为此, 我们研究了在 2 社区网和 3 社区网络中收敛词汇数 N_{cwl} 随着社区化强度 p 的变化, 如图 7 所示. 我们发现, 随着 p 的增加, N_{cwl} 就越大, 即网络最终收敛词汇数 N_{cwl} 更加稳定于网络社区数, 符合上述推论. 同时, 社区的均度和收敛词汇数 N_{cwl} 的关系也被验证, 图 13(a) 表示 2 社区网络中收敛词汇数随着两个社区的均度比例的变化, 其中, $k_2 = 2m(2) = 10$, $k_1 = 2m(1)$, 随着 $m(1):m(2)$ 在不断增加, 即为 k_1 在不断增加, N_{cwl} 在不断增加, 且最终稳定于网络社区数, 因此, 收敛词汇数的稳定性与均度正相关.

分析 3 个推论后发现收敛词汇的稳定性与社区内节点数无关, 这个结果也被图 13(b) 验证. 图 13(b) 表示收敛词汇数 N_{cwl} 随着 2 个社区内节点比例的变化, 其中, 网络总节点数 N 不变, 随着一个社区的节点减少且另一个社区的节点增加, 而网络的最终收敛词汇数却一直都是稳定的, 因此, 收敛词汇数与社区节点数无关.

Data points are obtained by averaging over 100 independent realizations.



(a) N_{cw} versus $m(1):m(2)$



(b) N_{cw} versus $CP(1):CP(2)$

Fig. 13 The impact of the number of convergence words.

图 13 影响收敛词汇数的因素

5 结 论

本文提出一种可衰减词汇权重的命名博弈模型,它通过词汇的权重表示个体对事物的认知程度,权重增减表示对个体某一词汇记忆的增强或减弱,低权重词汇被删除表示个体有限记忆的过程.同时,提出了多社区 BA 网络模型,它表示整个网络是由多个子社区组成的,社区内存在以下 BA 网络特性.

1) 在单社区 BA 网络上,认知新物体的词汇最终能够统一,适度的衰减和删除使得演化收敛更快,过于强烈的衰减和删除反而抑制词汇的收敛,并且衰减因子和删除阈值存在线性关系使得演化收敛更快.

2) 在多社区网络中,收敛词汇数可能与社区数相同,且收敛词汇数的稳定性与网络社区化强度和社区内节点稳定性(平均度)正相关,与社区内节点数无关,倒置命名博弈促进系统收敛到多个词汇.

3) 在多社区网络中,各团体内可能达到某一个词汇的统一,而处于团体间的个体则持有多个社区的词汇,这样的个体类似于学习多种语言的人,他们可与不同团体交流.

参 考 文 献

[1] Nowak M A, Krakauer D C. The evolution of language [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 1999, 96 (14): 8028-8033

[2] Nowak M A, Plotkin J, Krakauer D J. The evolutionary language game [J]. Journal of Theoretical Biology, 1999, 200(2): 147-162

[3] Nowak M A, Komarova N L, Niyogi P. Computational and evolutionary aspects of language [J]. Nature, 2002, 417 (6889): 611-617

[4] Plotkin J B, Nowak M A. Language evolution and information theory [J]. Journal of Theoretical Biology, 2000, 205(1): 147-159

[5] Lieberman E, Michel J B, Jackson J, et al. Quantifying the evolutionary dynamics of language [J]. Nature, 2007, 449 (7163): 713-716

[6] Innes J E, Booher D E. Consensus building and complex adaptive systems [J]. Journal of the American Planning Association, 1999, 65(4): 412-422

[7] Steels L. Language as a complex adaptive system [J]. Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI, 2000, 1917 (1): 17-26

[8] Matsen F, Nowak M A. Win-stay, lose-shift in language learning from peers [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2004, 101(52): 18053-18057

[9] Steels L. The origins of ontologies and communication conventions in multi-agent systems [J]. Autonomous Agents and Multi-Agent Systems, 1998, 1(2): 169-194

[10] Steels L. The synthetic modeling of language origins [J]. Evolution of Communication, 1997, 1(1): 1-34

[11] Steels L, McIntyre A. Spatially distributed naming games [J]. Advances in Complex Systems, 1998, 1(4): 301-323

[12] Baronchelli A, Felici M, Loreto V, et al. Sharp transition towards shared vocabularies in multi-agent systems [J]. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experim, 2006, 2006(6): 1-13

[13] Baronchelli A, Dall'Asta L, Barrat A, et al. Topology induced coarsening in language games [J]. Physical Review E, 2006, 73(1): 1-4

[14] Dall'Asta L, Baronchelli A, Barrat A, et al. Non-equilibrium dynamics of language games on complex networks [J]. Physical Review E, 2006, 74(1): 1-14

[15] Tang C L, Lin B Y, Wang W X, et al. Role of connectivity-induced weighted words in language games [J]. Physical Review E, 2007, 75(2): 1-4

[16] Yang H X, Wang W X, Wang B H. Asymmetric negotiation in structured language games [J]. Physical Review E, 2008, 77(2): 1-4

[17] Wang W X, Lin B Y, Tang C L, et al. Agreement dynamics of finite-memory language games on networks [J]. The European Physical Journal B, 2007, 60(4): 529-536

[18] Erdos P, Renyi A. On the evdution of random graphs [J]. The Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences, 1960, 5(1):17-61

[19] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of small-world networks [J]. Nature, 1998, 393(6684): 440-442

[20] Barabasi A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks [J]. Science,1999, 286(5439): 509-512

[21] Steinhaeuser K, Chavla N V. Identifying and evaluating community structure in complex networks [J]. Pattern Recognition Letters, 2010, 31(5): 413-421

[22] Newman M E, Girvan M. Finding and evaluating community structure in networks [J]. Physical Review E, 2004, 69(2): 1-15

[23] Lei Chuang. Study on evolutionary game and consensus dynamics based on complex networks [D]. Xi'an: Xidian University, 2011 (in Chinese)

(雷创. 基于复杂网络的演化及一致性动力学研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2011)



theory and computer intelligence.

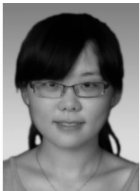
Guo Dongwei, born in 1972. Professor of the College of Computer Science and Technology, Jilin University. Member of China Computer Federation. His research interests include complex network, game



Meng Xiangyan, born in 1989. Master candidate in the College of Computer Science and Technology, Jilin University. Her research interests include complex network and game theory.



Liu Miao, born in 1979. Lecturer of the College of Computer Science and Technology, Jilin University. Her research interests include complex network and pattern recognition.



Hou Caifang, born in 1991. Master candidate in the College of Computer Science and Technology, Jilin University. Her research interests include complex network and game theory.