计算机研究与发展
Journal of Computer Research and Development

ISSN 1000-1239/CN 11-1777/TP
43(7):1180~1185,2006

基于极大模糊熵原理的模糊推理反向三 I 算法

侯　健[1]　彭家寅[2]　张宇卓[1]　张诚一[3]

[1](北京师范大学数学科学学院　北京　100875)

[2](内江师范学院数学系　四川内江　641112)

[3](海南师范大学计算机科学与教育技术系　海口　571158)

(houjian0351@sohu.com)

A Reverse Triple I Algorithm for Fuzzy Reasoning Based on Maximum Fuzzy Entropy Principle

Hou Jian[1], Peng Jiayin[2], Zhang Yuzhuo[1], and Zhang Chengyi[3]

[1](*School of Mathematical Sciences, Beijing Normal University, Beijing* 100875)

[2](*Department of Mathematics, Neijiang Teachers College, Sichuan Neijiang* 641112)

[3](*Department of Computer Science and Education Technology, Hainan Normal University, Haikou* 571158)

Abstract　The fuzzy degree of a fuzzy reverse triple I inference conclusion is measured by fuzzy entropy, and a fuzzy entropy reverse triple I principle is introduced. Existence conditions of solutions are discussed for the fuzzy entropy reverse triple I algorithms for FMP and FMT problems, and the computing formulas of the algorithm based on some common implication operators are provided.

Key words　fuzzy reasoning; fuzzy entropy; maximum fuzzy entropy principle; fuzzy entropy reverse triple I algorithm; fuzzy implication operator

摘　要　提出了用模糊熵来度量反向三 I 模糊推理结果的模糊程度,给出了模糊熵反向三 I 原则,讨论了 FMP 和 FMT 问题的模糊熵反向三 I 支持算法解存在的条件,分别给出了几个常见蕴涵算子的 FMP 问题与 FMT 问题的模糊熵反向三 I 解的计算公式.

关键词　模糊推理;模糊熵;极大模糊熵原理;模糊熵反向三 I 算法;模糊蕴涵算子

中图法分类号　O159;TP18

1　引　　言

美国控制论专家及模糊集理论创始人 Zadeh 于 1973 年提出了模糊推理中著名的求解 FMP 和 FMT 问题的 CRI 算法[1]. 从此起,以模糊控制为核心的模糊技术已经被广泛地应用于许多工业和科研领域,并且取得了显著的经济效益. 然而,模糊推理远较经典逻辑学中的二值推理复杂. 从应用的角度看,似乎很难找到一种普遍适用于各种不同领域的模糊推理方法. 而且基于 CRI 方法的模糊系统本质上是一种插值器[2],应用此系统在研究模糊系统的函数逼近问题时,不可避免地出现'规则爆炸'的现象. 从理论角度看,Zadeh 的 CRI 算法及其演变[3]的推理机制也似乎有若干值得推敲之处[4]. 因此,近年来模糊推理基础和推理方法的问题受到极大的关注. 王国俊教授于 1999 年提出了著名的模糊推理全蕴涵三 I 算法[4~6],改进了经典的 CRI 算法,并将之纳入到模糊逻辑的框架之中. 这个方法的基本思想是:

收稿日期:2004-06-22;修回日期:2006-02-22

基金项目:国家自然科学基金项目(60474023);教育部科学技术重点基金项目(03184);国家"九七三"重点基础研究发展规划基金项目(2002CB312200)

设 X,Y 为两个非空集合，已知 $A\in\mathscr{F}(X)$ 和 $B\in\mathscr{F}(X)$，并且 $A^*\in\mathscr{F}(X)$（或 $B^*\in\mathscr{F}(Y)$），寻求最小的 $B^*\in\mathscr{F}(Y)$（或最大的 $A^*\in\mathscr{F}(X)$），使得 $A\to B$ 最大程度地支持 $A^*\to B^*$，即

$$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to B^*(y)) \quad (1)$$

对一切 $x\in X$ 与 $y\in Y$ 具有最大的可能值，其中 $\mathscr{F}(X)$ 和 $\mathscr{F}(Y)$ 分别表示 X 与 Y 上的模糊集全体.

宋士吉等人于 2002 年从如何设计模糊系统，使得在给定的精度下模糊规则库中的元素个数最小的角度出发，提出了反向三 I 支持算法[7]，其基本思想分别是：

反向三 I 支持算法：已知 $A\in\mathscr{F}(X)$ 和 $B\in\mathscr{F}(Y)$，并且 $A^*\in\mathscr{F}(X)$（或 $B^*\in\mathscr{F}(Y)$），寻求最大的 $B^*\in\mathscr{F}(Y)$（或最小的 $A^*\in\mathscr{F}(X)$），使得 $A^*\to B^*$ 最大程度地支持 $A\to B$，即

$$(A^*(x)\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y)) \quad (2)$$

对一切 $x\in X$ 与 $y\in Y$ 具有最大的可能值.

事实上，满足使得式(1)和式(2)取得最大逻辑真值的模糊集都分别组成一个集合. 文献[4～7]在这些集合中取最小或最大的模糊集作为推理结果. Jaynes 于 1957 年提出了极大熵原理，用于处理不确定信息的问题. 其中心思想是“在用不完全的信息进行推理的过程中，我们必须使用在已知条件的约束下，熵最大的分布，这是我们能做的惟一的无偏的分派，而用任何其他的分派都等同于任意地假设我们未知的信息”[8]. 文献[9]针对 FMP 问题的全蕴涵三 I 方法，提出了模糊推理的极大模糊熵原理.

极大模糊熵原理：在运用模糊概念来进行推理的过程中，应该用使得在已知条件的约束下，未知模糊集的熵最大的那个模糊集作为推理结果.

文献[9]中称这种用模糊熵来度量三 I 模糊推理结果的方法为模糊熵三 I 算法. 用模糊熵来度量反向三 I 模糊推理的结果正是本文将要讨论的问题.

为了讨论方便，我们将 1972 年 Luca 和 Termini 提出的模糊熵的概念[8]引出如下：

设论域为 X，$A\in\mathscr{F}(X)$，模糊熵 H 是具有如下性质的映射 $H:\mathscr{F}(X)\to[0,1]$：

(p1) $\forall x\in X, A(x)=0$ 或 $\forall x\in X, A(x)=1$ 时，$H(A)$ 取得最小值；

(p2) $\forall x\in X, A(x)=1/2$ 时，$H(A)$ 取得最大值；

(p3) $\forall x\in X, 1/2\geqslant A(x)\geqslant B(x)$ 或 $\forall x\in X$，$1/2\leqslant A(x)\leqslant B(x)$ 时，$H(A)\geqslant H(B)$；

(p4) $H(A)=H(A^c)$，其中 A^c 为 A 的余集.

2　基于某些常见蕴涵算子的 FMP 问题的模糊熵反向三 I 支持算法

首先，我们需要建立基于极大模糊熵原理的模糊推理反向三 I 原则.

模糊熵反向三 I 原则：设 X,Y 为两个非空集合，已知 $A\in\mathscr{F}(X)$ 和 $B\in\mathscr{F}(Y)$，并且 $A^*\in\mathscr{F}(X)$（或 $B^*\in\mathscr{F}(Y)$），寻求模糊熵最大的 $B^*\in\mathscr{F}(Y)$（或 $A^*\in\mathscr{F}(X)$），使得

$$(A^*(x)\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y))$$

对一切 $x\in X$ 与 $y\in Y$ 具有最大值，其中 $\mathscr{F}(X)$ 和 $\mathscr{F}(Y)$ 分别表示 X 与 Y 上的模糊集全体.

我们把在极大模糊熵原理下，式(2) FMP 问题（或 FMT 问题）关于蕴涵算子 $R=\to$ 的三 I 解称为 FMP 问题（或 FMT 问题）的 R-型模糊熵反向三 I 支持解.

本文考虑模糊系统中使用较多的如下 4 个蕴涵算子：

Kleene-Dienes 蕴涵算子：$R_{KD}(a,b)=a'\vee b$；

Reichenbach 蕴涵算子：$R_R(a,b)=a'+ab$；

Lukasiewicz 蕴涵算子：$R_{LU}(a,b)=1\wedge(a'+b)$，其中 $a'=1-a$；

Goguen 蕴涵算子：$R_G(a,b)=\dfrac{b}{a}\wedge 1$，其中约定 $\dfrac{b}{0}=1$.

关于式(2)的 FMP 问题模糊熵反向三 I 支持解存在的条件，有如下结论：

定理 1.

1) 若 $R=\to:[0,1]^2\to[0,1]$ 关于第 1 变量不增，且关于第 2 变量不减，则式(2)的最大值为

$$M(x,y)=(A^*(x)\to 0)\to(A(x)\to B(y)).$$

2) 若 R 关于第 1 变量和第 2 变量都是左连续的，则 FMP 问题的 R-型模糊熵反向三 I 支持算法的解存在.

证明.

1) 因 R 关于第 2 变量不减，则对任意的 $\widetilde{B}(y)>0$，有 $(A^*(x)\to 0)\leqslant(A^*(x)\to\widetilde{B}(y))$. 又 R 关于第 1 变量不增，我们有

$$(A^*(x)\to 0)\to(A(x)\to B(y))\geqslant$$
$$(A^*(x)\to\widetilde{B}(y))\to(A(x)\to B(y)).$$

即结论成立.

2) 记 $\Omega=\{B_i\in\mathscr{F}(Y)\mid(A^*(x)\to B_i(y))\to(A(x)\to B(y))=M(x,y), x\in X, y\in Y\}$，由 $0\in$

Ω 知 Ω 非空. 令 $\widetilde{B}=\vee\{B_i \mid B_i\in\Omega\}$，则必存在某 i_0 使得 $\widetilde{B}(y)=B_{i_0}(y)$. 否则，$\Omega$ 中必有序列 $B_{i_1}, B_{i_2}, B_{i_3},\cdots$ 使得 $\widetilde{B}(y)=\lim\limits_{n\to\infty}B_{i_n}(y)$. 由 $B_{i_n}(y)<\widetilde{B}(y)$，所以上式表明 $\widetilde{B}(y)$ 是 $\{B_{i_n}\}$ 的左极限. 因 $R(\cdot,y)$ 与 $R(x,\cdot)$ 都是左连续且 $B_{i_n}\in\Omega$，因此

$$(A^*(x)\to\widetilde{B}(y))\to(A(x)\to B(y))=M(x,y),$$

故 $\widetilde{B}\in\Omega$，与假设矛盾. 取 $B^*(y)=\widetilde{B}(y)\wedge\frac{1}{2}$，由 R 关于第 2 变量不减知，$(A^*(x)\to B^*(y))\leqslant(A^*(x)\to\widetilde{B}(y))$，又因为 R 关于第 1 变量不增，有

$$(A^*(x)\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y))\geqslant$$
$$(A^*(x)\to\widetilde{B}(y))\to(A(x)\to B(y))=M(x,y),$$

故 $B^*\in\Omega$. 现证 B^* 是 Ω 中模糊熵最大者. 事实上，$\forall B\in\Omega$，$\forall y\in Y$，有 $B(y)\leqslant\widetilde{B}(y)$. 若 $\widetilde{B}(y)\leqslant\frac{1}{2}$，则 $\frac{1}{2}\geqslant B^*(y)=\widetilde{B}(y)\geqslant B(y)$；若 $\widetilde{B}(y)\geqslant B(y)>\frac{1}{2}$，则 $\frac{1}{2}=B^*(y)\leqslant B(y)$ 若 $\widetilde{B}(y)>\frac{1}{2}\geqslant B(y)$，则 $B(y)\leqslant B^*(y)=\frac{1}{2}$. 由此可知，无论哪种情况，总可得到 $H(B^*)\geqslant H(B)$. 证毕.

从定理 1 的证明过程可得如下结论：

定理 2. 对于任何关于第 1 变量不增且第 2 变量不减的蕴涵算子 R，若 FMP 问题的 R-型反向三 I解为 $\widetilde{B}$，则 $B^*(y)=\widetilde{B}(y)\wedge\frac{1}{2}$ 为 FMP 问题的 R-型模糊熵反向三 I 支持算法的解.

定理 3. FMP 问题的 R_{KD}-型模糊熵反向三 I 支持算法解 B^* 由下式给出：

$$B^*(y)=\inf_{x\in E_y}\{1-A^*(x)\}\wedge\frac{1}{2},y\in Y,$$

其中 $E_y=\{x\in X\mid A^*(x)>R(A(x),B(y))\}$.

证明. 由于 Kleene-Dienes 蕴涵 R 满足定理 1 的两个条件，故其解存在. 首先考虑 FMP 问题的反向三 I 解 $\widetilde{B}(y)$，按 R 的定义知此时式(2)的表达式为

$$[A^*(x)\wedge(\widetilde{B}(y))']\vee R(A(x),B(y)),\quad(3)$$

这里 y,A,B 与 A^* 都已固定，下证对一切可能的 x，$\widetilde{B}(y)=\inf\limits_{x\in E_y}\{1-A^*(x)\}$ 能使式(3)取得最大值. 因 y 已固定，为了书写简便，记 $R(A(x),B(y))$ 为 $M(x)$，则式(3)可写为

$$[A^*(x)\wedge(\widetilde{B}(y))']\vee M(x).\quad(4)$$

如果 x 使得 $A^*(x)\leqslant M(x)$，则式(4)可化简为 $M(x)$. 因 $\widetilde{B}(y)$ 不出现，式(4)是否取得最大值与 $\widetilde{B}(y)$ 的值无关. 如果 $A^*(x)>M(x)$，则由分配律知式(4)可化为 $A^*(x)\wedge[M(x)\vee(\widetilde{B}(y))']$，其最大可能值为 $A^*(x)$，可于 $(\widetilde{B}(y))'\geqslant A^*(x)$ 时达到，从而 $\widetilde{B}(y)\leqslant 1-A^*(x)$.

综上所述并注意到 $\widetilde{B}(y)$ 应是 $\mathscr{F}(Y)$ 中使式(2)取最大值的最大模糊集，再由定理 2 便得结论.

证毕.

类似地，对于上述其余 3 个蕴涵算子有如下 3 个结论：

定理 4. FMP 问题的 R_{R}-型模糊熵反向三 I 支持算法解 B^* 由下式给出：

$$B^*(y)=\begin{cases}0, & y\in E,\\ \frac{1}{2}, & y\in Y\setminus E,\end{cases}$$

这里

$$E=\{y\in Y\mid\sup_{x\in X}\{A^*(x)R'(A(x),B(y))\}>0\}.$$

定理 5. FMP 问题的 R_{LU}-型模糊熵反向三 I 支持算法解 B^* 由下式给出：

$$B^*(y)=\{\inf_{x\in E_y}\{A^*(x)-R'_{\mathrm{LU}}(A(x),B(y))\}\wedge\inf_{x\notin E_y}0\}\wedge\frac{1}{2},$$

其中 $E_y=\{x\in X\mid(A^*(x))'\leqslant R_{\mathrm{LU}}(A(x),B(y))<1\}$.

定理 6. FMP 问题的 R_{G}-型模糊熵反向三 I 支持算法解 B^* 由下式给出：

$$B^*(y)=\inf_{x\in E_y}\{A^*(x)R(A(x),B(y))\}\wedge\frac{1}{2},y\in Y,$$

其中 $E_y=\{x\in X\mid A^*(x)R'(A(x),B(y))>0\}$.

3 基于某些常见蕴涵算子的 FMT 问题的模糊熵反向三 I 支持算法

关于式(2)的 FMT 问题模糊熵反向三 I 支持解存在的条件，有如下结论：

定理 7.

1) 若 $R=\to:[0,1]^2\to[0,1]$ 关于第 1 变量不增，则式(2)的最大值为

$$N(x,y)=(1\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y)).$$

2) 若 R 关于第 1 变量连续，则 FMT 问题的 R-型模糊熵反向三 I 支持算法的解存在.

证明.

1) $\forall\widetilde{A}\in\mathscr{F}(X)$，有 $\widetilde{A}(x)\leqslant 1$，因 R 关于第 1 变量不增，所以 $(\widetilde{A}(x)\to B^*(y))\geqslant(1\to B^*(y))$，从而

$$(\widetilde{A}(x)\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y))\leqslant$$

$$(1\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y)).$$

故结论成立.

2) 记 $\Lambda=\{A_i\in\mathscr{F}(X)\mid(A_i(x)\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y))=N(x,y),x\in X,y\in Y\}$,由 $1\in\Lambda$ 知 Λ 非空. 令 $\widetilde{A}=\wedge\{A_i\mid A_i\in\Lambda\}$,则必存在某 $A_{i_0}\in\Lambda$ 使得 $A_{i_0}(x)=\widetilde{A}(x)$. 因反之,则在 Λ 中必有序列 $\{A_{i_n}\}$,使得

$$\lim_{n\to\infty}A_{i_n}(x)=\widetilde{A}(x)\text{ 且 }A_{i_n}(x)>\widetilde{A}(x).$$

这表明 $\widetilde{A}(x)$是 $\{A_{i_n}(x)\}$的右极限. 因 R 关于第 1 变量连续,故

$$N(x,y)=(\widetilde{A}(x)\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y)),$$

即 $\widetilde{A}(x)\in\Lambda$,矛盾. 取 $A^*(x)=\widetilde{A}(x)\vee\frac{1}{2}$,则由 R 关于第 1 变量不增,知

$$(A^*(x)\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y))\geqslant$$
$$(\widetilde{A}(x)\to B^*(y))\to(A(x)\to B(y))=N(x,y),$$

故 $A^*\in\Lambda$. 现证明 A^*是 Λ 中模糊熵最大者. 事实上,$\forall A\in\Lambda$,$\forall x\in X$,有 $\widetilde{A}(x)\leqslant A(x)$. 若 $\widetilde{A}(x)\leqslant A(x)\leqslant\frac{1}{2}$,则 $A(x)\leqslant A^*(x)=\frac{1}{2}$;若 $\widetilde{A}(x)\leqslant\frac{1}{2}<A(x)$,则$\frac{1}{2}=A^*(x)<A(x)$;若$\frac{1}{2}<\widetilde{A}(x)\leqslant A(x)$,则$\frac{1}{2}<A^*(x)=\widetilde{A}(x)\leqslant A(x)$. 总之,按模糊熵的定义,必有 $H(A^*)\geqslant H(A)$. 证毕.

从定理 7 的证明过程中可得到:

定理 8. 对于任意关于第 1 变量不增的蕴涵算子 R,若 FMT 问题的 R-型反向三 I 解为 $\widetilde{A}$,则 $A^*(x)=\widetilde{A}(x)\vee\frac{1}{2}$为 FMT 问题的 R-型模糊熵反向三 I 支持算法的解.

注:Goguen 蕴涵算子 R_G,文献[10]误认为它们在$[0,1]\times[0,1]$上连续. 事实上,$\lim_{x\to0+}R_G(x,0)=\lim_{x\to0+}(\frac{0}{x}\wedge1)=0\neq R_G(0,0)$,这表明 Goguen 蕴涵在点(0,0)关于第 1 变量不连续,从而它们并不是$[0,1]\times[0,1]$上的连续算子. 由于它们不满足定理 7 的条件,它们相应 FMT 问题的反向三 I 支持解不一定存在. 这是因为:取 $B^*(y)\equiv0$ 且 $R(A(x),B(y))\equiv\frac{1}{2}$,则式(2)为 $1\wedge[\frac{1}{2}/(0/A^*(x))\wedge1]$,按 R_G 的定义,要使上式最大,当且仅当 $A^*(x)>0$. 这表明,使式(2)最大的 $\mathscr{F}(X)$中的最小的模糊集 A^*是不存在的. 故下面仅考虑余下的 3 个蕴涵算子:

定理 9. FMT 问题的 R_{KD}-型模糊熵反向三 I 支持算法解 A^*由下式给出:

$$A^*(x)=\sup_{y\in E_x}\{1-B^*(y)\}\vee\frac{1}{2},x\in X,$$

其中 $E_x=\{y\in Y\mid B^*(y)<R'(A(x),B(y))\}$.

证明. 因 Kleene-Dienes 蕴涵算子 R 满足定理 7 的两个条件,故其解存在. 首先考虑 FMT 问题的反向三 I 解 $\widetilde{A}(x)$,按此蕴涵算子的定义知式(2)的表达式为

$$[\widetilde{A}(x)\wedge(B^*(y))']\vee R(A(x),B(y)),\tag{5}$$

这里 x,A,B 与 B^*都已固定,要求对一切可能的 y,$\widetilde{A}(x)$能使式(5)的值最大的最小模糊集. 因为 x 已固定,为了书写简便,记 $R(A(x),B(y))$为 $N(y)$,则式(5)可写为

$$[\widetilde{A}(x)\wedge(B^*(y))']\vee N(y).\tag{6}$$

如果 y 使得$(B^*(y))'\leqslant N(y)$,则式(6)可化为 $N(y)$. 因 $\widetilde{A}(x)$不出现,故式(6)是否取得最大值与 $\widetilde{A}(x)$的值无关. 如果 y 使得$(B^*(y))'>N(y)$,则由分配律知式(6)可化为$[\widetilde{A}(x)\vee N(y)]\wedge(B^*(y))'$,其最大可能值为$(B^*(y))'$,可于 $\widetilde{A}(x)\geqslant(B^*(y))'$时达到. 综上所述并注意到 $\widetilde{A}(x)$应是 $\mathscr{F}(X)$中具有上述性质的最小模糊集知,$\widetilde{A}(x)=\sup_{y\in E_x}\{1-B^*(y)\}$,这里 $E_x=\{y\in Y\mid B^*(y)<R'(A(x),B(y))\}$,$x\in X$. 其次,依定理 8 便得结论. 证毕.

定理 10. FMT 问题的 R_R-型模糊熵反向三 I 支持算法解 A^*由下式给出:

$$A^*(x)=\begin{cases}\frac{1}{2},x\in E,\\1,x\in X\setminus E,\end{cases}$$

其中

$$E=\{x\in X\mid\sup_{y\in Y}\{R'(A(x),B(y))(B^*(y))'\}=0\}.$$

定理 11. FMT 问题的 R_{LU}-型模糊熵反向三 I 支持算法解 A^*由下式给出:

$$A^*(x)=\{\sup_{y\in E_x}\{B^*(y)+R'(A(x),B(y))\}\vee\sup_{y\notin E_x}1\}\vee\frac{1}{2},$$

其中

$$E_x=\{y\in Y\mid B^*(y)\leqslant R'(A(x),B(y))<1\}.$$

4 结束语

模糊推理的理论与应用研究已成为当今模糊系统理论的热点之一. 在理论研究中,对于模糊推理中最基本的 FMP 与 FMT 问题,传统的 CRI 方法

存在着若干缺陷与不足，全蕴涵三 I 方法改进了 CRI 方法. 在实际应用中，基于 CRI 方法的模糊系统在研究函数泛逼近问题时，常出现'规则爆炸'的现象. 因而，如何设计模糊系统的推理规则及相应模糊系统，使在给定的精度下模糊规则库的元素最少又是模糊控制研究的核心问题之一. 宋士吉教授等人提出的反向三 I 支持算法为设计模糊推理规则提供了一个新思路. 然而宋教授等人仅针对 R_0 蕴涵算子进行全面的讨论，这对于实际模糊控制设计的选择是不够的，因而对于一般模糊蕴涵算子的反向三 I 支持算法是否有解的讨论是一项有意义的工作. 本文提出了用模糊熵来度量反向三 I 模糊推理结果的模糊程度，给出的模糊熵反向三 I 原则对宋士吉教授提出的模糊推理反向三 I 算法做进一步的改进，讨论了 FMP 与 FMT 问题的模糊熵反向三 I 支持算法存在的条件，并给出了几个常见蕴涵算子相应的解的计算公式，本文在一定意义上为模糊控制系统的设计奠定了一些基础. 然而，在实践生活中以模糊熵三 I 算法，特别是以模糊熵反向三 I 支持算法，代替 CRI 算法来设计模糊控制系统方面，仍未见到相应的研究成果. 但我们相信，这是一项有非常重要意义的工作.

参 考 文 献

1 L. A. Zadeh. Outline of new approach to the analysis of complex systems and decision processes [J]. IEEE Trans. Sys. Man Cybern., 1973, 3(1): 28～33

2 Li Hongxing. Interpolation mechanism of fuzzy control [J]. Science in China (Series E), 1998, 28(3): 259～267 (in Chinese)
(李洪兴. 模糊控制的插值机理[J]. 中国科学(E 辑), 1998, 28(3): 259～267)

3 D. Dubois, *et al*. Fuzzy sets in approximate reasoning, Part 2: Logic approaches [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1991, 40(1): 143～244

4 Wang Guojun. Non-Classical Mathematical Logic and Approximate Reasoning [M]. Beijing: Science Press, 2000 (in Chinese)
(王国俊. 非经典数理逻辑与近似推理[M]. 北京：科学出版社，2000)

5 Wang Guojun. Full implication triple I method of fuzzy reasoning [J]. Science in China (Series E), 1999, 29(1): 43～53 (in Chinese)
(王国俊. 模糊推理的全蕴涵三 I 算法[J]. 中国科学(E 辑), 1999, 29(1): 43～53)

6 Wang Guojun. A new method of fuzzy reasoning [J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 1999, 13(3): 1～10 (in Chinese)
(王国俊. 模糊推理的一个新方法[J]. 模糊系统与数学, 1999, 13(3): 1～10)

7 Song Shiji, Wu Cheng. Reverse triple I algorithm for fuzzy reasoning [J]. Science in China (Series E), 2002, 32(2): 230～246 (in Chinese)
(宋士吉，吴澄. 模糊推理的反向三 I 算法[J]. 中国科学(E 辑), 2002, 32(2): 230～246)

8 D. A. Luca, S. Termini. A definition of non-probabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory [J]. Inform. Control, 1972, 20: 301～312

9 Guo Fangfang, Chen Tuyun, Xia Zunquan. Triple I algorithm for fuzzy reasoning based on maximum fuzzy entropy principle [J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2003, 17(4): 55～59 (in Chinese)
(郭方芳，陈图云，夏尊铨. 基于极大模糊熵原理的模糊推理三 I 算法[J]. 模糊系统与数学, 2003, 17(4): 55～59)

10 You Fei, Feng Yanbin, Li Hongxing. Fuzzy implication operators and their construction [J]. Journal of Beijing Normal University, 2003, 39(5): 606～611 (in Chinese)
(尤飞，冯艳宾，李洪兴. 模糊蕴涵算子及其构造[J]. 北京师范大学学报, 2003, 39(5): 606～611)

Hou Jian, born in 1971. Associate professor and Ph. D. candidate in fuzzy mathematics of Beijing Normal University, Beijing, China. Her research interests include fuzzy systems and intelligence control.

侯健，1971 年生，博士研究生，副教授，主要研究方向为模糊系统与智能控制.

Peng Jiayin, born in 1962. Associate professor. His main research interest is fuzzy mathematics.

彭家寅，1962 年生，副教授，主要研究方向为模糊数学.

Zhang Yuzhuo, born in 1977. Ph. D. candidate in fuzzy mathematics from Beijing Normal University, Beijing, China. Her research interests include fuzzy systems and intelligence control.

张宇卓，1977 年生，博士研究生，主要研究方向为模糊系统与智能控制.

Zhang Chengyi, born in 1955. Professor in the Mathematic Department of Hainan Normal University, Haikou, Hainan Province. His main research interests include fuzzy mathematics.

张诚一，1955 年生，教授，主要研究方向为模糊系统.

Research Background

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 60474023, 60364001), the Science and Technology Key Project Fund of the Ministry of Education (No. 03184), and the Major State Basic Research Development Program of China (No. 2002CB312200).

The study on theory and applications of fuzzy reasoning is one of the focuses of fuzzy systems theory. As for FMP and FMT problems in fuzzy reasoning, the traditional CRI method has some shortcomings, and triple I algorithm improves the CRI method in logical aspect. Besides, "rules exploring" phenomenon can take place when fuzzy systems based on the CRI method are discussed to approximate some functions. Therefore, the reverse triple I algorithm introduced by Pro. Song provides a new idea for the devise of fuzzy reasoning rules. However, only R_0 implication operator is discussed in the algorithm, and the conclusion is not enough for the devise of fuzzy controllers. Thus, it is meaningful to consider the reverse triple I algorithm based on other implication operators. In this paper, fuzzy degrees of the reasoning conclusions of the reverse triple I algorithm are measured by fuzzy entropy. Furthermore, the reverse triple I algorithm is improved, and a fuzzy entropy reverse triple I algorithm is introduced. Moreover, the computing formulas of the algorithm based on some implication operators are given. Our work establishes the foundation of the devise of fuzzy control systems.

In practical applications, no achievement is obtained by using the fuzzy entropy triple I algorithm and the fuzzy entropy reverse triple I algorithm to devise fuzzy control systems. The work will be significant.