

一种基于集合符号的自动推理扩展方法

刘全^{1,2,3} 伏玉琛¹ 孙吉贵³ 崔志明¹ 龚声蓉¹ 凌兴宏¹

¹(苏州大学计算机科学与技术学院 苏州 215006)

²(南京大学软件新技术国家重点实验室 南京 210093)

³(吉林大学符号计算与知识工程教育部重点实验室 长春 130012)

(quanliu@suda.edu.cn)

An Automated Reasoning Expanded Method Based on Set Signs

Liu Quan^{1,2,3}, Fu Yuchen¹, Sun Jigui³, Cui Zhiming¹, Gong Shengrong¹, and Ling Xinghong¹

¹(Institute of Computer Science and Technology, Soochow University, Suzhou 215006)

²(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

³(Ministry of Education Laboratory of Symbol Calculation and Knowledge Engineering, Jilin University, Changchun 130012)

Abstract On the basis of the many-valued logics tableau reasoning, an automated reasoning expansion method based on set sign is presented. This approach which treats set signs as truth values can be applied to some methods and techniques of reasoning suited to classical logics, which make reasoning reform from the non-classical logics to the classical logics. Through rewriting set signs and expansion rules, it is very easy to spread to modal logics, intuitionistic logics and so on. The technology can also be further spread to infinite-valued logic and logic with fuzzy quantifiers (such as T -calculus and S -calculus and so on). The theorem proving system—TSetTAP is implemented by using SWI-PROLOG language in microcomputer. Using method of set signs in the system, rule programming can be generated by only increasing reasoning rules in rule base. System need not be repaired. So some strategies and approaches used in classical logics can easily apply to non-classical logic. 900 logic questions in TPTP are proved using the system. The result shows TSetTAP makes the tableau close early and improve greatly in time efficiency and space efficiency of reasoning.

Key words set sign; automated reasoning; tableau; classical logic; non-classical logic

摘要 在多值逻辑 Tableau 推理的基础上,提出了一种基于集合符号的自动推理扩展方法。将符号集合作为真值,减少了 Tableau 的推理分枝,并可以将适合经典逻辑的推理方法和策略应用于其中,使得非经典逻辑推理经典化。使用 SWI-PROLOG 语言设计实现了基于集合符号的自动推理系统,在系统中使用集合符号方法,只需要在规则库中增加推理规则,即可生成规则程序,系统本身不需要任何的修改,因此一些适合于经典逻辑的推理方法和技巧就可以很容易地应用到多值逻辑、模态逻辑、直觉逻辑等非经典逻辑,也可以进一步推广到无穷值逻辑和含模糊量词(如 T -算子和 S -算子)的逻辑中,对于无穷值逻辑和模糊逻辑的 Tableau 方法研究具有一定的借鉴作用。对 TPTP 中的 900 个逻辑问题进行了证明,实验结果表明,系统在时间和空间上效率都是较高的。

关键词 集合符号;自动推理;Tableau;经典逻辑;非经典逻辑

中图法分类号 TP18

自动推理作为自动定理证明的扩展是人工智能研究的基础工作,许多重要的人工智能系统,诸如专家系统、问题解答系统、学习系统、医疗诊断、信息检索等,都是以推理系统为其核心部分,所以自动推理的研究,将对人工智能的其他分支产生深远的影响,它所提出的推理方法已被应用于人工智能的各个领域.

Tableau 方法的实质是将语义结构中的二元关系显式地表示出来.换句话说,就是通过引入相应的谓词,将二元关系的性质用逻辑公式来表示.对于不同的逻辑系统,所使用的 Tableau 规则是相同的,只是对公式构造集进行扩展,使之更接近相应的逻辑系统.因此同归结等方法相比较,Tableau 方法更容易从经典逻辑推广到非经典逻辑系统^[1].多值逻辑 Tableau 方法是由 Carnielli 引入,后来由 Zabel 在理论上找到了可满足的扩展规则,并给出了可靠性和完备性的证明^[2].然而对于自动推理来说,Tableau 过程生成的分枝数随着真值的增加呈幂指数的增长,造成其实现难度非常大^[3].在文献[4]中,Hähnle 提出了基于格的真值化简方法,使含存在量词的多值逻辑 Tableau 得到简化,但对于其他类型公式不适用.在文献[5]中,Bazz 等人采用了将析取公式翻译成整数规划的 Tableau 方法,但要求公式转化成析取范式,这种转换有时比定理证明本身还要复杂.在文献[6]中,Beckert 采用正则公式的 Tableau 方法,通过缩小真值取值范围,使其在逼近二值逻辑的基础上简化 Tableau 扩展规则,这种方法对多值逻辑非常有效,但很难推广到其他非经典逻辑.本文在 Zabel 多值逻辑 Tableau 方法基础上,以多值逻辑为例,提出了符号集合作为真值的 Tableau 方法,使多值逻辑与经典逻辑采用同样的表示和扩展规则.只要构造不同的规则库,经典逻辑 Tableau 系统不需要任何的修改,就可以适用于多值逻辑、模态逻辑、直觉逻辑等非经典逻辑.使用 SWI-PROLOG 语言设计实现了一个多种类型逻辑自动定理证明的系统,并将一些经典逻辑中识别 γ 公式^[7]及改进 δ 公式^[8]的减少证明空间和时间提高推理效率的方法加入系统中.应用该系统对 TPTP^[9]自动推理测试库中的 900 个问题进行了证明,并与 3TAP 系统进行了对比,实验结果表明,系统的性能是较高的.为了节省篇幅,这里使用的未解释的记号和概念以及 Tableau 推理的基本知识,参见文献[10-11].

1 多值逻辑 Tableau

多值逻辑具有与经典逻辑相似的语法结构,一阶语言 L 为三元组 Θ, Δ, α , 其中 Θ 为逻辑联结符的有穷集合, Δ 为量词的有穷集合, α 为每个联结符的元数.例如一阶三值 Lukasiewicz 逻辑语言定义为 $L_{Luk} = \{ \neg, \wedge, \vee, \rightarrow \}$.

多值逻辑与多数其他非经典逻辑不同,它是从二值逻辑的语义改造入手,扩充其真值集合,重新规定真值联结词、量词、谓词及公式等语言成分的意义.因此多值逻辑与二值逻辑语义上有较大的改变,其推理方法也是围绕着规定后的语义来重新构造.真值集合 N 为:1) 单元区间的有理数,记为 $[0, 1]$ 或 2) 形式为 $\{0, \frac{1}{n-1}, \dots, \frac{n-2}{n-1}, 1\}$ 等间距的有理数的有穷集合,其中 $n = |N|$, $|N|$ 表示 N 的基数.如果 $L = \Theta, \Delta, \alpha$ 为一阶语言,称三元组 $A = \langle N, A, Q \rangle$ 为 L 的一阶矩阵,其中 N 为真值集合, A 为每个 $\theta \in \Theta$ 赋值的函数 $A(\theta): N^{\alpha(\theta)} \rightarrow N$, Q 为每个 $\lambda \in \Delta$ 赋值的函数 $Q(\lambda): P^+(N) \rightarrow N$ ($P^+(N)$ 为 $2^N \setminus \emptyset$ 的简写). $Q(\lambda)$ 称为量词的分配函数.例如一阶 n 值 Lukasiewicz 逻辑矩阵可定义为 $i = 1 - i, i \rightarrow j = \min\{1, 1 - i + j\}, i \vee j = \max\{i, j\}$.

定义 1. 多值 Tableau 的封闭规则为:

令 T 是一个多值 Tableau,且 B 是它的一个分枝, B 是封闭的当且仅当下列条件之一成立:

- 1) 在 B 上存在带符号公式 $i\phi, j\phi$,使得 $i \neq j$.
- 2) 在 B 上存在一个带符号公式 $i\theta(\phi_1, \dots, \phi_m)$ ($m \geq 0$)使得 i 不出现在 $A(\theta)$ 中.

T 是封闭的当且仅当它的每一个分枝都是封闭的.

定理 1^[12]. 在多值逻辑中, ϕ 为一个公式并且 $\emptyset \neq S \subseteq N$, ϕ 是 S -有效的当且仅当对于 $i \in N \setminus S$, 每个 $i\phi$ 都存在有限封闭的 Tableau.

定理 1 证明见文献[12].

例如在 Lukasiewicz 逻辑中,一个公式是有效的当且仅当它是 1-有效的.在三值 Lukasiewicz 逻辑中如果要证明 $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 是有效的公式,就必须要对 $0P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 和 $\frac{1}{2}P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 构造有限封闭的 Tableau. 具体构造方法如图 1 所示.

$0P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 在 $1P$ 和 $0P$ 互补对 ($1 \neq 0$) 下

封闭 ; $\frac{1}{2}P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 左侧分枝在 $\frac{1}{2}P$ 和 $0P$ 互补对 ($\frac{1}{2} \neq 0$) 下封闭, 右侧的两个分枝也在 $1P$ 和 $0P$ 互补对 ($1 \neq 0$) 下封闭, $1P$ 和 $\frac{1}{2}P$ 互补对 ($1 \neq \frac{1}{2}$) 下封闭.

$0 P \rightarrow (Q \rightarrow P)$		$\frac{1}{2} P \rightarrow (Q \rightarrow P)$
1 P	∪	$\frac{1}{2} P$ 1 P
0 Q → P		0 Q → P $\frac{1}{2} Q \rightarrow P$
1 Q		1 Q $\frac{1}{2} Q$ 1 Q
0 P		0 P 0 P $\frac{1}{2} P$
*		*
		*
		*
		*

Fig. 1 Tableau proving of $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$.

图 1 $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 证明过程

从图 1 可以看出, 在证明公式的有效性时, 被构造的 Tableau 数随着多值逻辑的真值数目的增加而增加, 因此 Tableau 的证明变得越来越复杂, 以至于无法证明无穷值逻辑. 从图中也可以看出, $\frac{1}{2}P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 左侧分枝与 $0P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 同型, 在证明各个真值 Tableau 时, 分枝不可避免地存在着大量的冗余.

2 带集合符号的多值逻辑 Tableau

由于多值逻辑语义的变化, 导致 Tableau 构造的复杂性, 在采用 Tableau 证明时, 随着真值 $|N|$ 数目的增加, Tableau 分枝产生大量的冗余, 不仅给 Tableau 证明带来困难, 也使得二值逻辑的 Tableau 证明器无法适应多值逻辑. 因此提出符号集作为真值的方法, 使多值逻辑与经典逻辑采用同样的表示和扩展方法.

由 Lukasiewicz 逻辑的定义, 可以得出公式 $P_1 \rightarrow P_2$ 的真值表, 如图 2 所示:

→	0	$\frac{1}{2}$	1
0	1	1	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
1	0	$\frac{1}{2}$	1

Fig. 2 Truth table of formula $P_1 \rightarrow P_2$.

图 2 公式 $P_1 \rightarrow P_2$ 的真值表

根据图 2, 可以写出 $0P_1 \rightarrow P_2$ 和 $\frac{1}{2}P_1 \rightarrow P_2$ 的 Tableau 扩展规则如图 3 所示.

定义 2. 令 $SN \subseteq P^+(N)$ 为真值集合的集合, ϕ 为一个公式且 $\emptyset \neq S \subseteq SN$, 称 $S\phi$ 为带集合符号的

公式. 如果 Q 是一个原子公式, 那么 SQ 为带集合符号的文字.

$0P_1 \rightarrow P_2$		$\frac{1}{2}P_1 \rightarrow P_2$
1 P ₁	∪	$\frac{1}{2} P_1$ 1 P ₁
0 P ₂		0 P ₂ $\frac{1}{2} P_1$

Fig. 3 The tableau expansion rule of $0P_1 \rightarrow P_2$ and $\frac{1}{2}P_1 \rightarrow P_2$.

图 3 $0P_1 \rightarrow P_2$ 和 $\frac{1}{2}P_1 \rightarrow P_2$ 的 Tableau 扩展规则

在三值 Lukasiewicz 逻辑中, $P^+(N)$ 为集合 $\{\{0\}, \{0, \frac{1}{2}\}, \{0, 1\}, \{\frac{1}{2}, 1\}, \{0, \frac{1}{2}, 1\}\}$, 那么集合符号即为 $P^+(N)$ 的子集. 这样图 3 中的 $0P_1 \rightarrow P_2$ 和 $\frac{1}{2}P_1 \rightarrow P_2$ 的 Tableau 扩展规则可以合为一个带集合符号的规则, 即如图 4 所示:

$\{0, \frac{1}{2}\} P_1 \rightarrow P_2$
$\{\frac{1}{2}, 1\} P_1$ $\{1\} P_1$
$\{0\} P_2$ $\{0, \frac{1}{2}\} P_2$

Fig. 4 The tableau expansion rule with set signs of $\{0, \frac{1}{2}\} P_1 \rightarrow P_2$.

图 4 带集合符号的 $\{0, \frac{1}{2}\} P_1 \rightarrow P_2$ Tableau 扩展规则

那么图 1 中的证明就可以简化为如图 5 所示:

$\{0, \frac{1}{2}\} P \rightarrow (Q \rightarrow P)$
$\{\frac{1}{2}, 1\} P$ 1 P
$\{0\} Q \rightarrow P$ $\{0, \frac{1}{2}\} Q \rightarrow P$
$\{1\} Q$ $\{\frac{1}{2}, 1\} Q$ $\{1\} Q$
0 P 0 P $\{0, \frac{1}{2}\} P$
*

Fig. 5 The tableau with set signs proving of $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$.

图 5 带集合符号的 $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 的 Tableau

定义 3. 如果 $\bigvee_{r=1}^m \bigwedge_{s \in I_r} S_{rs} \phi_s$ 为 $\phi = S\mathcal{O}(\phi_1, \dots, \phi_m)$ ($m \geq 1$) 的带集合符号的表达式, 那么 ϕ 的多值带集合符号的 Tableau 规则定义为

$$\frac{S\mathcal{O}(\phi_1, \dots, \phi_m)}{D_1 \mid \dots \mid D_m}$$

这里 $D_r = \{S_{rs} \phi_s \mid s \in I_r\}$.

从定义 3 中可以看出, 带集合符号的 $S\phi$ 与经典情况有统一的 Tableau 扩展规则, 但在封闭规则上需要做如下改造.

定义 4. 令 T 是一个多值带集合符号的 Tableau 且 B 是它的一个分枝, B 是封闭的当且仅当下列条件之一成立:

1) 在 B 上存在带符号公式 $S_1\phi, \dots, S_r\phi$, 使得 $\bigcap_{i=1}^r S_i = \emptyset$, 这种情况下称 B 是不相容的.

2) 在 B 上存在一个带符号公式 $S\theta(\phi_1, \dots, \phi_m)$ ($m \geq 0$) 使得 $S \cap \text{rg}(\theta) = \emptyset$.

T 是封闭的当且仅当它的每一个分枝都是封闭的. 不封闭的分枝称为开放分枝.

根据以上的论述, 可以得出三值 Łukasiewicz 逻辑中析取情况的 Tableau 规则, 如图 6 所示:

$$\frac{\{0, \frac{1}{2}\} P_1 \vee P_2}{\left\{ \begin{array}{l} \{0, \frac{1}{2}\} P_1 \\ \{0, \frac{1}{2}\} P_2 \end{array} \right.} \cup \frac{\{1\} P_1 \vee P_2}{\left. \begin{array}{l} P_1 \\ P_2 \end{array} \right\}}$$

Fig. 6 The tableau rules of disjunction.

图 6 析取 Tableau 规则

从图 6 中可以看出, 三值 Łukasiewicz 逻辑析取情况的 Tableau 规则与经典逻辑规则是一致的, 因此采取集合符号的 Tableau 方法, 可以降低 Tableau 推理的复杂性.

采用文献[2]中方法证明一个公式是 S -有效的, 需要证明的 Tableau 的数目是 $n = |N - S|$ 个, 通常 S (一般为 1) 很小. 对于 k 元联结符, 其产生 Tableau 分枝的平均数量是 $k \times n^k$ 个, 其空间效率为 $O(n^k)$. 使用集合符号的方法最短的证明可以是 1 个分枝, $2 \times k + 2$ 个节点, 最坏的情况是 Tableau 分枝为 $(k \times n^k / n) = k \times n^{k-1}$ 个, 其空间效率为 $O(n^{k-1})$.

3 有效性和完备性

3.1 有效性

引理 1. T 为一个可满足的 Tableau, 如果 T^* 是使用带集合符号 Tableau 扩展规则得到的 Tableau, 那么 T^* 也是可满足的.

证明.

由于 T 是可满足的, 那么在 T 中至少包含一个可满足的分枝 B . 如果在得到 T^* 的过程中, 没有在 B 中使用扩展规则, 那么 B 是不变的, 因此 T^* 仍是可满足的.

另一方面, 在得到 T^* 的过程中, $S\theta(\phi_1, \dots, \phi_m) \in B$ 为应用扩展规则得到的公式. 令 v 为模型

B 的一个赋值, 根据定义 $v(\theta(\phi_1, \dots, \phi_m)) \in S$, 有 $\neg(\theta(\phi_1, \dots, \phi_m)) = \theta(\neg(\phi_1), \dots, \neg(\phi_m)) \in S$, 由于 $S_1\phi_{i_1}, \dots, S_t\phi_{i_t}$ 是 $S\theta(\neg(\phi_1), \dots, \neg(\phi_m))$ 的扩展, 对于任意 $i_k (1 \leq k \leq t)$, 有 $\neg(\phi_{i_k}) \in S_k$. 那么扩展后的分枝 B 一定满足于 $B \cup \{S_1\phi_{i_1}, \dots, S_t\phi_{i_t}\}$. 因此 T^* 也是可满足的. 证毕.

定理 2. 令 ϕ 为一个多值逻辑公式, 如果 $(N \setminus S)\phi$ 存在一个封闭带集合符号的 Tableau, 那么 ϕ 为 S -有效的.

证明.

令 T 为 $(N \setminus S)\phi$ 的一个封闭的 Tableau. 假设 B 是 T 上的任意分枝, 由于 T 是封闭的, B 有两种情况: ① 包含一个互补的原子对; ② 不在规则定义范围之内. 显然这两种情况都不存在赋值 v 使 B 满足, 因此 T 是不可满足的.

根据引理 1, 由于 T 是不可满足的, 因此 $(N \setminus S)\phi$ 也是不可满足的. 由 v 的定义, 对于任意一个多值逻辑公式 ϕ , $(N \setminus S)\phi$ 存在一个封闭带集合符号的 Tableau, $\neg(\phi) \in S$ 且 $v(\phi) \notin (N \setminus S)$, 即 ϕ 为 S -有效的. 证毕.

3.2 完备性

定义 5. Hintikka 集. 一个带集合符号的公式 H 称为 Hintikka 集, 当且仅当它满足以下两个条件:

1) 对于一个公式 ϕ , 如果 $S_1\phi, \dots, S_r\phi \in H$, 那么 $\bigcap_{i=1}^r S_i = \emptyset$.

2) 如果 $S\theta(\phi_1, \dots, \phi_m) \in H (m \geq 0)$, 那么 $\{S\phi_1, \dots, S\phi_m\} \in H$ 也成立.

引理 2. Hintikka 引理. 每一个 Hintikka 集 H 都能扩展为一个饱和的 Hintikka 集合 H^* .

证明. 由引理 1 可知 1) 2) 为带集合符号公式的等价扩展, 饱和性扩展易证. 证毕.

定理 3. 如果 ϕ 为一个重言式, 那么一定存在一个以 $(N \setminus S)\phi$ 为根的封闭 Tableau.

由于 ϕ 为一个重言式, 那么对于所有的赋值 v 必有 $\neg(\phi) \in S$ 成立. 假设不存在一个以 $(N \setminus S)\phi$ 为根的封闭 Tableau, 那么一定存在一个带开放分枝 M 且以 $(N \setminus S)\phi$ 为根的开放 Tableau. 令 B 为这一开放分枝 M 的有穷集合, 对于所有的 $B^* \in B$, 必有:

1) $S_1\phi, \dots, S_r\phi \in B^*$, 那么 $\bigcap_{i=1}^r S_i = \emptyset$, 否则 B 是封闭的.

2) $S\theta(\phi_1, \dots, \phi_m) \in B^*$, 必存在 $C = \{S\phi_1, \dots, S\phi_m\}$ 使得 $B^* \cup C \in B$.

由 1) 可知 $(N \setminus S) \phi \subseteq M \in B, B$ 为 $(N \setminus S)$ ϕ 的一个 Hintikka 集, B 是相容的. 由引理 2 知, 必然存在一个赋值 v 使得 $v(\phi) \in N \setminus S$, 这与 ϕ 为一个重言式相矛盾, 因此完备性得证. 证毕.

4 系统的实现

为了方便地生成系统规则, 适应带集合符号的逻辑系统, 采用 SWI-Prolog 语言, 在文献[13]基础上, 设计实现了基于集合符号的自动推理系统 TSetTAP. 在系统设计时, 将规则建立在同一个规

则表中. 规则表的结构定义如下:

- Rule_Table* :: *Negative_symbol* ;
- Predicate_symbol* ;
- Signed_symbol1* ;
- Signed_symbol2* ;
- Con_Predicate_symbol* ;
- Conclusion1* ;
- Conclusion2* ;

在规则表中, 对于一阶谓词逻辑形式描述如表 1 所示:

Table 1 The Formal Description Table of First-Order Logic

表 1 一阶谓词逻辑形式描述表

<i>Negative_symbol</i>	<i>Predicate_symbol</i>	<i>Signed_symbol1</i>	<i>Signed_symbol2</i>	<i>Con_Predicate_symbol</i>	<i>Conclusion1</i>	<i>Conclusion2</i>
-	-				+	
-	all	+	+	ex	+	-
-	ex	+	+	all	+	-
-	v	+	+	&	-	-

对于多值逻辑形式描述如表 2:

Table 2 The Formal Description Table of Many-Valued Logic

表 2 多值逻辑形式描述表

<i>Negative_symbol</i>	<i>Predicate_symbol</i>	<i>Signed_symbol1</i>	<i>Signed_symbol2</i>	<i>Con_Predicate_symbol</i>	<i>Conclusion1</i>	<i>Conclusion2</i>
$\{0, \frac{1}{2}\}$	\Rightarrow	{1}	{1}	&	$\{\frac{1}{2}, 1\}$	{0}
$\{0, \frac{1}{2}\}$	\Rightarrow	{1}	{1}	&	{1}	$\{0, \frac{1}{2}\}$

计算否定范式的谓词如图 7 所示:

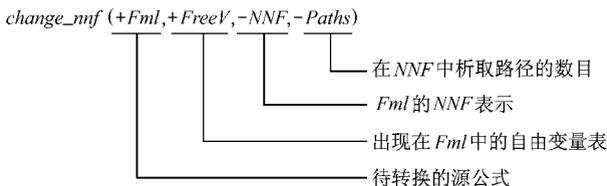


Fig. 7 The predicate for computing negation form.

图 7 计算否定范式的谓词

谓词 *change_nmf* 的第一个子句对应着 Tableau 的标准规则, 这里只是使用同义词的重写公式, 从规则表中读取相应的规则数据, 规则自动生成:

change_nmf(*Fml*, *FreeV*, *NNF*, *Paths*):-
 (*Fml* = -(- *A*) \rightarrow *Fml1* = *A* ;

Fml = - all(*X*, *F*) \rightarrow *Fml1* = ex(*X*, - *F*);
Fml = - ex(*X*, *F*) \rightarrow *Fml1* = all(*X*, - *F*);
Fml = -(*A* v *B*) \rightarrow *Fml1* = - *A* & - *B* ;
Fml = -(*A* & *B*) \rightarrow *Fml1* = - *A* v - *B* ;
Fml = (*A* \Rightarrow *B*) \rightarrow *Fml1* = - *A* v *B* ;
Fml = -(*A* \Rightarrow *B*) \rightarrow *Fml1* = *A* & - *B* ;
Fml = (*A* \Leftrightarrow *B*) \rightarrow *Fml1* = (*A* & *B*) \wedge (- *A* & - *B*);
Fml = -(*A* \Leftrightarrow *B*) \rightarrow *Fml1* = (*A* & - *B*) \wedge (- *A* & *B*);
Fml = $\{0, \frac{1}{2}\} A \Rightarrow B \rightarrow Fml1 = \{\frac{1}{2}, 1\} A$ & $\{0\} B$,
Fml = $\{0, \frac{1}{2}\} A \Rightarrow B \rightarrow Fml1 = \{0\} A$ & $\{0,$

$$\frac{1}{2} \} B, !,$$

$$nnf(Fml1, FreeV, NNF, Paths).$$

应用 TSetTAP 系统对 TPTP 自动推理测试库中的 900 个问题进行了证明, 并与 3TAP 系统^[14]进行了对比, 对比结果如表 3 所示:

Table 3 The Theorem Proving Results in TPTP
表 3 在 TPTP 中公式的定理证明结果

Algorithm	The Theorem Proved	The Closed Branches Tested	The Closed Branches	CPU Time(s)	Space(B)
TSetTAP	900	2307	1752	122.191	27863
3TAP	670	120213	8392	1435.913	51058

从表 3 中可以看出, 在 900 个 TSetTAP 可证的定理中, 有 670 个 3TAP 可证, 由于利用带集合符号的证明方法更接近于经典逻辑证明方法, 因此在测试封闭分枝数、封闭分枝数、占 CPU 时间、占内存空间等指标均优于 3TAP, 尤其是在 CPU 时间方面, 由于 TSetTAP 代码小, 运行速度要比 3TAP 高得多. 同时 TSetTAP 也很容易应用到采用自动推理作为推理机的实际应用系统中.

5 结 论

本文以多值逻辑为例, 提出带集合符号的 Tableau 推理方法, 该方法将符号集合作为真值, 使得多值逻辑与经典逻辑采用同样的表示和扩展方法. 在系统中使用该方法, 只需要在规则库中增加推理规则, 即可生成规则程序, 系统本身不需要任何的修改, 因此一些适合于经典逻辑的推理方法和技巧就可以很容易地应用到多值逻辑、模态逻辑、直觉逻辑等非经典逻辑. 通过对 TPTP 中实例的 Tableau 证明可以看出, 基于集合符号的 tableau 方法, 在推理的时间和空间效率上都有较大的提高. 同时该方法可以进一步推广到无穷值逻辑和含模糊量词(如 T-算子和 S-算子)的逻辑中, 对于无穷值逻辑和模糊逻辑的 Tableau 方法研究具有一定的借鉴作用.

致谢 对《计算机研究与发展》的审稿人和工作人员给予学术上的指导和帮助表示衷心感谢!

参 考 文 献

- [1] L Bertossi, C Schwind. Analytic tableaux and database repairs [G]. In: Foundations of Information and Knowledge Systems, LNCS 2284. Berlin: Springer, 2002
- [2] R Zabel. Proof theory of finity-valued logics [Ph D dissertation] [D]. TU Wien: Institut für Algebra und Diskrete Mathematic, 1993
- [3] R Hähnle. Complexity of many-valued logics [G]. In: Beyond Two: Theory and Application of Many-Valued Logic. GmbH Hebh, Germany: Physica-Verlag, 2003. 211-233
- [4] R Hähnle. Commodious axiomatization of quantifiers in many-valued logic [J]. Studia Logical, 1998, 61(1): 101-121
- [5] M Baaz, R Zach. Integer programming in finite-valued logics [G]. In: Logics in Artificial Intelligence, Proc of JELIA '2004, LNAI 3229. Berlin: Springer, 2004. 128-154
- [6] B Beckert. A constraint method for multi-valued logics tableaux [C]. The 10th Int'l Conf on Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR '06), Lake District, UK, 2006
- [7] A Paskevich. Connection tableaux with lazy paramodulation [C]. IJCAR 2005, Seattle, USA, 2005
- [8] Liu Quan, Sun Jigui, Yu Wanjun. An improved method of δ -rule in free variable semantic tableau [J]. Journal of Computer Research and Development, 2004, 41(7): 1068-1073 (in Chinese)
(刘全, 孙吉贵, 于万钧. 自由变量语义 tableau 中 δ -规则的一种改进方法 [J]. 计算机研究与发展, 2004, 41(7): 1068-1073)
- [9] James Cook University. <http://www.cs.jcu.edu.au/~tptp>, 2006
- [10] M C Fitting. First-Order Logic and Automated Theorem Proving [M]. New York: Springer-Verlag, 1996
- [11] M C Fitting. Types and Tableau [M]. New York: Springer-Verlag, 2000
- [12] B Messing. Combining knowledge with many-valued logics [G]. In: Data Knowledge Engineering. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997
- [13] Liu Quan, Sun Jigui. A theorem machine proving system based on tableau [J]. Computer Engineering, 2006, 32(7): 38-45 (in Chinese)
(刘全, 孙吉贵. 基于 Tableau 的定理机器证明系统 TableauTAP [J]. 计算机工程, 2006, 32(7): 38-45)
- [14] B Beckert, S Gerberding, R Hähnle, et al. The tableau-based theorem prover 3TAP for multiple-valued logics [G]. In: Proc of the 13th Conf on Automated Deduction, LNCS 1104. Berlin: Springer-Verlag, 1998. 758-760



Liu Quan, born in 1969. Postdoctor and associate professor. His main research interests include intelligence information processing and automated reasoning.

刘全,1969年生,博士后,副教授,主要

研究方向为智能信息处理、自动推理.



Cui Zhiming, born in 1961. Professor and Ph. D. supervisor. His main research interests include pattern recognition and Deep Web.

崔志明,1961年生,教授,博士生导师,主

要研究方向为模式识别、Deep Web.



Fu Yuchen, born in 1968. Ph. D. and associate professor. His main research interests include pattern recognition and intelligence information processing.

伏玉琛,1968年生,博士,副教授,主要研

究方向为模式识别、智能信息处理.



Gong Shengrong, born in 1966. Ph. D. and professor. His main research interests include pattern recognition and intelligence information processing.

龚声蓉,1966年生,博士,教授,主要研究

方向为模式识别、智能信息处理.



Sun Jigui, born in 1963. Ph. D., professor and Ph. D. supervisor. His main research interests include artificial intelligence, automated reasoning, *etc.*

孙吉贵,1963年生,博士,教授,博士生导师,

主要研究方向为人工智能、自动推理.



Ling Xinghong, born in 1968. Ph. D. and lecturer. His main research interests include automated reasoning and intelligence information processing.

凌兴宏,1968年生,博士,讲师,主要研究

方向为自动推理、智能信息处理.

Research Background

This work is a part of the projects "Constraint Reasoning and Constraint Programming" (No. 60473003) and "A Logical Model Oriented to the Incomplete Knowledge Processing of Deep Web" (No. 60673092) supported by the National Natural Science Foundation of China. The purpose of these projects is to research on many fields of the tableau methods and applications such as technologies and tactics in non-classical logics, theories and methods about connection tableau, technologies in improving inference efficiency of tableau with equality and so. These methods have been applied to the fields of database repairs, natural language understanding, and theory of diagnosis. Authors have implemented theorem proving system using SWI-PROLOG language in microcomputer.

Now more than 30 papers were published in three years, including 3 papers in international conferences and 15 papers in SCI or EI citation.